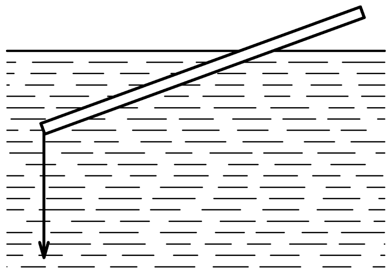
Úlohy 1. kola 39. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Ve filmu jste možná viděli potápějící se loď. Přední část se pomalu noří do vody až do stavu, kdy se celá loď poměrně rychle postaví do svislé polohy zádí nahoru a „zasune" se pod hladinu.

Jev si vyzkoušejte pomocí zjednodušeného modelu a potom teoreticky analyzujte. Vezměte dřevěnnou tyč, položte ji na hladinu vody a na její konec připevněte lankem menší lehkou nádobku. Nejprve nádobku ponořte, případně ji zatižte tak, aby napínala lanko, ale aby tyč zůstala na hladině ve vodorovné poloze. Potom začněte do nádobky pomalu přidávat kaménky (nebo jinou zátěž). Sklon tyče se nepatrně mění, ale tyč stále leží na hladině, až zátěž dosáhne kritické velikosti, kdy se volný konec vynoří nad hladinu a tyč se postaví do svislé polohy (obr. 1).

Obr. 1



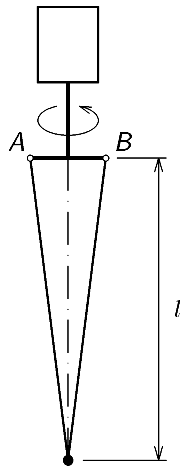
a) Určete velikost tahové síly lanka, při které se tyč postaví do svislé polohy.

b) Sestrojte graf závislosti úhlu sklonu tyče a graf závislosti výšky volného konce tyče nad hladinou na tahové síle lanka.

Při číselných výpočtech uvažujte délku tyče $L = 80$ cm, hmotnost tyče $m = 500$ g a hustotu tyče $\varrho = 700\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Tyč považujte za velmi tenkou.

2. Existuje řada fyzikální soustav, ve kterých dochází při dosažení určité kritické hodnoty některé veličiny k náhlé změně jejich stavu. Příklad takové soustavy vidíme na obr. 2.

Malá kulička je zavěšena na bifilárním závěsu délky l upevněném na vodorovném rameni AB Rameno uvedeme do otáčivého pohybu okolo svislé osy a velmi pomalu budeme zvětšovat frekvenci otáčení. Při určité kritické frekvenci f_k se závěs náhle vychýlí ze svislé polohy a kulička začne obíhat okolo osy.



a) Určete kritickou frekvenci a odvoďte vztah, který popisuje závislost odchylky φ závěsu od osy na frekvenci otáčení.

b) Sestrojte graf této závislosti pro délku závěsu $l =$ 30 cm.

3. Chlapec stojící na balkonu vyhodil svisle vzhůru tenisový míček. Míček opustil ruku ve výšce $h_0 = 11{,}0$ m nad chodníkem a stoupal do výšky $h_1 = 20{,}0$ m. Pak začal padat a po odrazu od betonového chodníku znovu stoupal vzhůru, tentokrát do výše $h_2 = 15{,}0$ m.

a) Určete velikost počáteční rychlosti míčku v_0 a velikosti rychlostí po jednotlivých odrazech od chodníku. Předpokládáme, ze koeficient vzpruživosti k, který definujeme jako poměr velikosti rychlosti těsně po odrazu k velikosti rychlosti těsně před dopadem, je konstantní.

b) Nakreslete graf znázorňující závislost velikosti rychlosti míčku na čase.

c) Určete, do jaké výšky se dostal míček po druhém, třetím, čtvrtém, n-tém odrazu.

d) V kterých okamžicích proletěl míček počáteční výškou h_0 a mohl být zachycen rukou?

Odpor vzduchu neuvažujte, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

4. Ideální plyn s dvouatomovými molekulami prošel kruhovým dějem *12341*, jehož p–V diagram je na obr. 3. Ve stavu *1* mají stavové veličiny hodnoty $p_1,\ V_1,\ T_1$. Určete:

a) teploty ve stavech *2, 3, 4*,

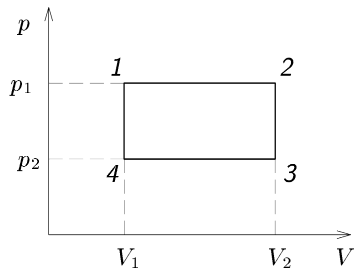
b) práci vykonanou plynem během jednoho cyklu,

c) teplo, které bylo plynu dodáno během jednoho cyklu,

d) účinnost kruhového děje.

e) Na diagramu *1234* najděte další bod, ve kterém má plyn stejnou vnitřní energii jako ve stavu *1*.

f) Děj překreslete do T–p digramu.



Řešte obecně, potom pro hodnoty: $T_1 = 300$ K, $V_1 = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$, $V_2 = 3V_1$, $p_1 = 4{,}0 \cdot 10^6$ Pa, $p_2 = \frac{1}{2}p_1$. Molární tepelná kapacita za stálého objemu $C_V = \frac{5}{2}R$.

5. Do konvice jsme nejprve napustili ze studeného kohoutku vodu o teplotě $t_1 = 15$ °C a objemu $V = 1\ \mathrm{dm^3}$ a zahřívali jsme ji až do varu na elektrickém vařiči. Trvalo nám to $\tau_1 = 10$ min.

a) Určete příkon vařiče P, je-li známa účinnost ohřívání vody $\eta = 72$ %.

Podruhé jsme napustili konvici z kohoutku s horkou vodou. Zahřátí do varu trvalo jen $\tau_2 = 5$ min.

b) Určete teplotu horké vody, kterou jsme napustili.

Potřetí jsme do konvice napustili vlahou vodu a zahřátí do varu trvalo $\tau_3 = 7$ min.

c) V jakém poměru jsme při napouštění smísili vodu ze studeného a z horkého kohoutku?

Předpokládejte pokaždé stejnou účinnost ohřívání vody a stejný objem napuštěné vody. Měrná tepelná kapacita vody $c = 4{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Hustota vody $\varrho = 1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

6. *Praktická úloha* **Ověření vztahu pro výpočet periody matematického kyvadla**

Matematické kyvadlo modelujte malou kovovou kuličkou volně zavěšenou pomocí tenkého pevného vlákna na masivním stojanu. Za délku kyvadla považujeme vzdálenost středu kuličky od bodu upevnění vlákna.

Úkoly:

a) Ověřte, že závislost číselné hodnoty doby kmitu $\{T\}$ matematického kyvadla na číselné hodnotě jeho délky $\{l\}$ je popsána vztahem

$$\{T\} = A\{l\}^k\,, \tag{1}$$

kde A a k jsou konstanty. Určete hodnoty těchto konstant.

b) Experimentálně zjištěné hodnoty konstant A a k porovnejte s hodnotami teoretickými odvozenými ze vztahu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Provedení úlohy:

Zvětšujte postupně délku kyvadla od několika decimetrů do několika metrů a pokaždé zjistěte dobu kmitu. Pro dosažení větší přesnosti měřte u krátkých kyvadel dobu, za kterou proběhne 100 kmitů. U delších kyvadel můžeme volit i menší počet. Během kmitání by odchylka vlákna od svislého směru neměla překročit 5°. Výsledky zapište do tabulky:

l/m		
T/s		

Logaritmováním vztahu (1) dostaneme $\log\{T\} = k\log\{l\} + \log A$.

Vyneseme-li naměřené hodnoty do grafu s logaritmickými stupniceni na osách kde $x = \log\{l\}$, $y = \log\{T\}$, platí lineární vztah

$$y = kx + q\,, \qquad q = \log A\,.$$

Sestrojené body leží v mezích přesnosti měření na přímce. Konstantu k určíme jako směrnici této přímky

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}\,.$$

Konstanta $A = 10^q$ je rovna číselné hodnotě doby kmitu pro $l = 1$ m.

Konstrukci grafu s logaritmickými stupnicemi usnadní použití logaritmické sítě, která je v příloze. Zde odpadá výpočet logaritmů a vynášíme přímo naměřené hodnoty veličin l a T.

7. Zkušební jízda automobilu se skládala z rozjezdu, během kterého řidič několikrát řadil vyšší rychlostní stupeň, jízdy konstantní rychlostí a jízdy s vyřazeným motorem až do zastavení. Závislost okamžité rychlosti na čase byla registrována tachografem, jehož záznam je na obr. 4..

Automobil má hmotnost 1200 kg. Předpokládáme, že velikost odporové síly, kterou musí automobil překonávat, je určena vztahem

$$F_{\mathrm{o}} = F_{\mathrm{k}} + kv^2\,, \tag{2}$$

kde F_{k} je velikost konstantní složky síly, k je konstanta a v je velikost rychlosti vozidla.

a) Určete velikost výsledné síly, která na automobil působila na začátku a na konci rozjezdu.

b) Určete velikost výsledné síly, která na automobil působila na začátku a na konci jízdy s vyřazeným motorem.

c) Určete koeficienty F_{k} a k ve vztahu (2).

d) Jak velkou sílu musel vyvinout automobil na začátku rozjezdu, na konci rozjezdu a během jízdy konstantní rychlostí?

e) Jaký byl výkon motoru na konci rozjezdu a při jízdě konstantní rychlostí?