Řešení úloh regionálního kola 40. ročníku fyzikální olympiády.

Kategorie C

Autoři úloh: R. Horáková (1, 3, 4) a P. Šedivý (2)

1.a) Abychom uvedli vodu do varu, musíme jí dodat teplo $Q_1 = V\varrho c(t_\mathrm{v} - t_1)$. Výkon vařiče:

$$P = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{V\varrho c(t_\mathrm{v} - t_1)}{\tau_1}\,.$$ **2 body**

Na uvedení vody do varu a její úplné vyvaření se spotřebuje teplo $Q_\mathrm{k} = V\varrho[c(t_\mathrm{v} - t_1) + l_\mathrm{v}]$, které vařič dodá za dobu

$$\tau_\mathrm{k} = \frac{Q_\mathrm{k}}{P} = \frac{\tau_1 V\varrho[c(t_\mathrm{v} - t_1) + l_\mathrm{v}]}{V\varrho c(t_\mathrm{v} - t_1)} = \tau_1\left(1 + \frac{l_\mathrm{v}}{c(t_\mathrm{v} - t_1)}\right)\,.$$

Pro dané hodnoty: $\tau_\mathrm{k} = 4640\ \mathrm{s} \doteq 77$ minut. **4 body**

b) Za dobu τ_2 dodá vařič vodě teplo $Q_2 = P\tau_2 = P\tau_1 + (V - V_\mathrm{z})\varrho l_\mathrm{v}$. Z toho:

$$V - V_\mathrm{z} = \frac{P(\tau_2 - \tau_1)}{\varrho l_\mathrm{v}} = Vc(t_\mathrm{v} - t_1)\left(\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1\right)\cdot\frac{1}{l_\mathrm{v}}\,.$$

Pro dané hodnoty: $V - V_\mathrm{z} = 0{,}74\ \mathrm{l}$, $\quad V_\mathrm{z} = 0{,}26\ \mathrm{l}$. **4 body**

2. a) Vyjdeme z Poissonova zákona:

$$p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 V_2^{\varkappa}\,, \qquad V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varkappa}} = 299\ \mathrm{cm}^3\,. \qquad \textbf{1 bod}$$

b) Musíme počítat s termodynamickou teplotou $T_1 = 300$ K. Z Poissonova zákona a stavové rovnice odvodíme:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}\,, \qquad \frac{p_1^{\varkappa-1}}{T_1^{\varkappa}} = \frac{p_2^{\varkappa-1}}{T_2^{\varkappa}}\,,$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = 1{,}356 T_1 = 407\ \mathrm{K}\,, \qquad t_2 = 134\ {}^\circ\mathrm{C}\,. \qquad \textbf{2 body}$$

c) Po otevření ventilku se tlak, teplota a tedy i hustota vzduchu při dalším pohybu pístu zvětšuje jen nepatrně. Proto je poměr hmotnosti vzduchu, který zůstane v hustilce, a počáteční hmotnosti vzduchu prakticky stejný jako poměr objemů

$$\frac{V_3}{V_2} = 8{,}4\ \%\,. \qquad \textbf{1 bod}$$

d) Z Poissonova zákona a stavové rovnice odvodíme:

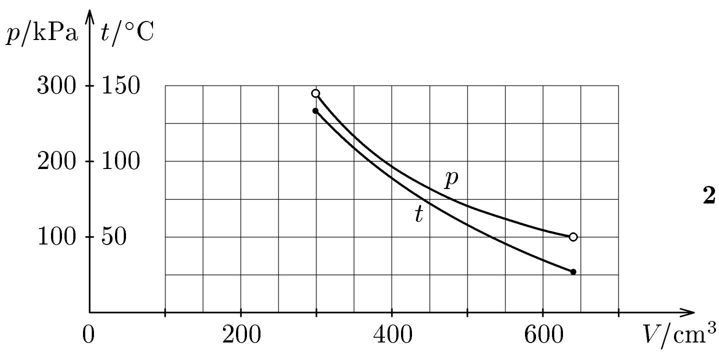
$$p = p_1 \left(\frac{V_1}{V}\right)^{\varkappa}\,, \qquad T = T_1 \left(\frac{V_1}{V}\right)^{\varkappa-1}\,, \qquad t = (\{T\} - 273)\ {}^\circ\mathrm{C}\,. \qquad \textbf{2 body}$$

Tabulka vypočtených hodnot:

V/cm^3	640	600	550	500	450	400	350	299
p/kPa	100	109	124	141	164	193	233	290
$t/{}^\circ\mathrm{C}$	27	35	46	58	72	89	109	134

2body

Graf:



2 body

3.a) Platí: $mg = k_1 y_1$, $y_1 = \dfrac{mg}{k_1} = 3{,}3$ cm, obdobně $y_2 = 1,6$ cm.

2 body

$$y = y_1 + y_2 = mg\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = 4{,}9 \text{ cm}$$

1 bod

b) Z předchozí úlohy plyne: $y = y_1 + y_2$, po dosazení:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\,, \qquad k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}\,.$$

3 body

c)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 - k_2}} = 0{,}44 \text{ s}\,.$$

2 body

d)

$$\frac{T}{T_1} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{k_2}} = 1{,}2$$

1 bod

$$\frac{T}{T_2} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{k_1}} = 1{,}7$$

1 bod

4. Napíšeme pohybové rovnice pro případ, kdy se soustava pohybuje dolů po nakloněné rovině:

a)

$$(m_1 + m_3)a_1 = (m_1 + m_3)g \sin\beta - (m_1 + m_3)gf \cos\beta - T\,,$$

$$m_2 a_1 = T - m_2 g\,.$$

2 body

Z těchto rovnic vyjádříme m_3:

$$m_3 = \frac{m_2(a_1 + g)}{g \sin\beta - a_1 - gt \cos\beta} - m_1 = 0{,}50\ \mathrm{kg}\,.$$

3 body

b) Pro druhý případ napíšeme rovněž pohybové rovnice:

$$m_1 a_2 = T - m_1 g \sin\beta - m_1 gf \cos\beta\,,$$

$$(m_2 + m_3)a_2 = (m_2 + m_3)g - T\,.$$

2 body

Vyjádříme a_2:

$$a_2 = \frac{g(m_2 + m_3 - m_1 \sin\beta - m_1 f \cos\beta)}{m_1 + m_2 + m_3} = 5{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\,.$$

3 body

Hmotnost tělesa, které postupně přidáváme na obě strany soustavy, je 0,50 kg, zrychlení ve druhém případě má velikost $5{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.