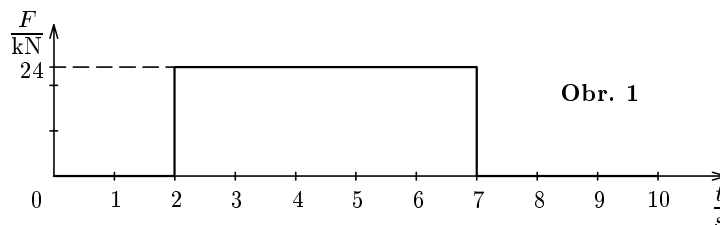


Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

1. Vlak metra může jet maximální rychlostí $v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a zrychlovat nebo zpomalovat s maximálním zrychlením $a = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Vzdálenost mezi dvěma sousedními stanicemi je $d = 960 \text{ m}$.
 - a) Určete nejkratší možnou dobu $t_{\min}$ jízdy mezi stanicemi. Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.
 - b) Určete nejkratší možnou dobu $t'_{\min}$ jízdy mezi stanicemi, je-li za jinak stejných podmínek z provozních důvodů snížena maximální rychlost na $v' = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 - c) Určete nejkratší možnou dobu $t''_{\min}$ jízdy mezi stanicemi, jestliže za jinak stejných podmínek bude při rozjíždění a brzdění povoleno maximální zrychlení $a' = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 - d) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase pro všechny 3 pohyby.
 - e) Pomocí sestrojených grafů určete u každého pohybu dráhu uraženou v čase 10 s.
2. Automobil jedoucí rychlostí o velikosti $v_0 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ začne po přímočaré trajektorii brzdít se stálým zrychlením o velikosti $a = 0,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 - a) Určete dráhu s_1 uraženou v čase $t_1 = 20 \text{ s}$ po začátku brzdění.
 - b) Sestrojte na milimetrový papír grafy závislosti rychlosti na čase a dráhy na čase v časovém intervalu od 0 s do 20 s.
 - c) Určete velikost okamžité rychlosti na konci dráhy $s_2 = 50 \text{ m}$.
 - d) Určete průměrnou rychlost v časovém intervalu $t_3 = 5 \text{ s}$ až $t_4 = 12 \text{ s}$.
 - e) Určete časový interval velikosti $\Delta t = 4 \text{ s}$, během něhož urazí automobil během brzdění dráhový úsek $\Delta s = 30 \text{ m}$.
3. Tramvaj o hmotnosti $m = 20\,000 \text{ kg}$ má na vodorovných kolejkách v nulovém čase nulovou počáteční dráhu a nulovou počáteční rychlost. Motor tramvaje působí tahovou silou, jejíž velikost v závislosti na čase udává graf:

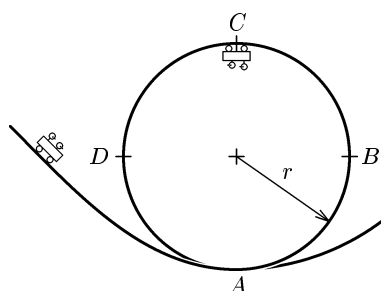


- a) Vypočtete obsah plochy pod grafem a určete jeho fyzikální význam.
- b) Sestrojte graf závislosti okamžité rychlosti na čase.
- c) Sestrojte graf závislosti uražené dráhy na čase.
- d) Sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu tramvaje na čase.
- e) Sestrojte graf závislosti okamžité síly na dráze. Odporovou sílu zanedbejte.

4. Honza hodil kámen vodorovným směrem z balkónu ve třetím patře budovy ve výšce $h_0 = 10$ m nad vodorovným terénem. Počáteční rychlost kamene měla velikost $v_0 = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Jakou rychlostí v'_0 musí hodit kámen Jirka z téhož místa, aby kámen dopadl
 - do dvakrát větší vzdálenosti od domu,
 - za dvakrát delší dobu,
 - dvojnásobnou rychlostí?
 - Z jaké výšky h by Jirka musel hodit kámen vodorovným směrem rychlostí o velikosti v_0 , aby kámen dopadl
 - do dvakrát větší vzdálenosti od domu,
 - za dvakrát delší dobu,
 - dvojnásobnou rychlostí?

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení je $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

5. Jeden úsek horské dráhy v zábavním parku má tvar vertikální kružnice o poloměru r (obr. 2). Vozík tento úsek projíždí setrvačností. Uvažujme ideální případ, kdy tření v ložiskách, valivý odpor kol a odpor vzduchu můžeme zanedbat.
- Jakou minimální rychlostí se musí pohybovat vozík v bodě C , aby pasažér nevypadl, i když nebude připoután k sedadlu?
 - Jakou rychlost musí mít vozík v bodě A , aby byla splněna podmínka a)?
 - V kterém bodě kružnicové trajektorie se vozík pohybuje s největším dostředivým zrychlením? Určete velikost a směr tohoto zrychlení.
 - V kterém bodě kružnicové trajektorie se vozík pohybuje s maximálním tečným zrychlením? Určete jeho velikost a směr tohoto zrychlení.
 - Určete velikost a směr celkového zrychlení v bodech B a D .



Obr. 2

Řešte obecně pro hodnoty: $r = 7$ m, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Rozměry vozíku zanedbejte.

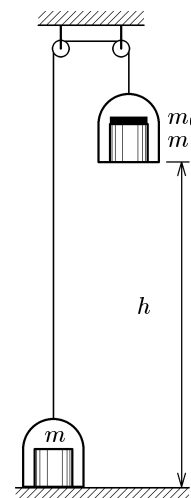
6. Praktická úloha: Studium dynamické soustavy

Teorie: Dynamickou soustavu tvoří dvojice malých kladek s vláknem, na jehož koncích jsou zavěšena dvě tělesa, každé o hmotnosti m . Po umístění přivažku o hmotnosti m_0 na jedno z těles způsobí stálá tíhová síla tohoto přivažku rovnoměrně zrychlený pohyb soustavy (obr. 3). Pro velikost zrychlení platí při zanedbání hmotnosti kladek:

$$a_1 = \frac{m_0}{2m + m_0} g. \quad (1)$$

Toto zrychlení lze též určit experimentálně ze změřené dráhy h a ze změřené doby pohybu t :

$$a_2 = \frac{2h}{t^2}. \quad (2)$$



Obr. 3

Úkoly:

- Odvoďte vztahy (1) a (2).
- Sestavte soustavu podle předchozího popisu. Na konce vlákna připevněte misky, na které budete klást závaží. Dráhu h volte aspoň 1 m, lépe ještě delší.
- Změřte dráhu h . Měření zrychlení provádějte pro 2 různé hmotnosti m a u každé pro 2 různé hmotnosti m_0 přivažku. U každé sestavy proveďte 6 měření času, polovinu s přivažkem na levé misce, polovinu s přivažkem na pravé misce, a vypočítejte jeho aritmetický průměr. Pomocí vztahů (1) a (2) vypočítejte zrychlení a_1 , a_2 a výsledky měření запиšte do tabulky:

$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad h = \quad \text{m}$											
$\frac{m}{\text{g}}$	$\frac{m_0}{\text{g}}$	$\frac{t_1}{\text{s}}$	$\frac{t_2}{\text{s}}$	$\frac{t_3}{\text{s}}$	$\frac{t_4}{\text{s}}$	$\frac{t_5}{\text{s}}$	$\frac{t_6}{\text{s}}$	$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{a_1}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$	$\frac{a_2}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$	$\frac{a_2}{a_1}$

- Zhodnoťte výsledek v posledním sloupci tabulky. Které zrychlení více odpovídá skutečnému zrychlení soustavy?
- Jaký vliv na výsledek měření může mít tření? Jaký vliv na výsledek měření může mít hmotnost kladek? Vysvětlete a dejte do souvislosti s posledním sloupцем tabulky.
- Provedeme korekci výsledků změřením třecí síly. Na misku při dané hmotnosti m vložte takový přivažek m'_0 , při kterém se soustava po uvedení do pohybu vnější silou bude pohybovat setrvačností rovnoměrným pohybem. Třecí síla má tedy

velikost $F_t = m'_0 g$, a vzorec (1) můžeme nahradit vzorcem

$$a'_1 = \frac{m_0 - m'_0}{2m + m_0} g, \quad (3)$$

který určuje zrychlení soustavy po korekci. Nové výsledky запиšte do tabulky:

$\frac{m}{g}$	$\frac{m_0}{g}$	$\frac{m'_0}{g}$	$\frac{a'_1}{m \cdot s^{-2}}$	$\frac{a_2}{m \cdot s^{-2}}$	$\frac{a_2}{a'_1}$

g) Porovnejte hodnoty a_2/a_1 a a_2/a'_1 a formulujte celkový závěr měření.

7. Na kulečnickovém stole leží dvě koule A, B o stejném poloměru $r = 30$ mm. Dva mantinely, které při hře využijeme, představují dvě souřadnicové osy x a y . Počáteční souřadnice středů koulí v milimetrech jsou $A \equiv [400; 600]$ a $B \equiv [300; 150]$. Koule A má po dvou odrazech od mantinelů zasáhnout kouli B.

- Kterým směrem musíme kouli A vyslat, aby došlo k centrálnímu rázu? Jak dlouhá bude v tomto případě trajektorie bodu A do místa srážky?
- O jaký úhel se může počáteční směr koule A odchýlit od směru určeného v úkolu a), má-li se koule B alespoň dotknout?

Obě úlohy řešte graficky i početně. Předpokládejte, že odrazy koule od mantinelů jsou dokonale pružné a tření mezi koulí a mantinelem je zanedbatelné.

V druhém kole lze očekávat úlohy z témat: Kinematika
Dynamika
Mechanická práce a energie
Pohyby v gravitačním poli
Téma studijního textu