Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 43. ročníku FO

1. Malá polystyrenová kulička o hmotnosti $m = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ g byla zavěšena na tenkém nevodivém vlákně délky $l = 20{,}0$ cm upevněném v bodě O, který se nachází ve výšce l nad středem kovové koule o poloměru $R = 5{,}0$ cm. Kulička je opatřena vodivým nátěrem a po zavěšení se vodivě dotýkala koule. Po připojení ke zdroji vysokého napětí se koule nabila nábojem Q a na kuličce se vytvořil náboj q souhlasného znaménka. Působením odpudivé elektrostatické síly se vlákno s kuličkou vychýlilo a vytvořilo elektrické kyvadélko jehož úhlová výchylka β se po určité době ustálila na hodnotě $\beta_0 = 30°$ (obr. 1).

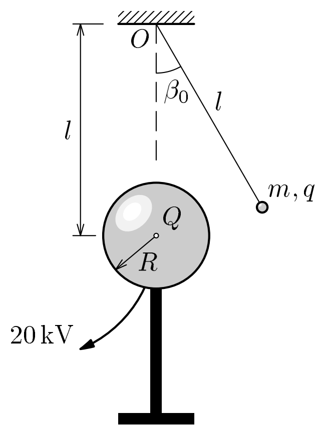
a) Určete náboje Q a q, jestliže koule má potenciál $\varphi = 20$ kV.

b) Určete sílu, která v rovnovážné poloze napíná vlákno.

c) Vychýlíme-li kyvadélko z rovnovážné polohy nepatrně směrem od koule nebo ke kouli o malý úhel $\gamma \ll \beta_0$, bude výsledný moment $\boldsymbol{M}$ všech sil působících na kyvadélko vzhledem k bodu O přímo úměrný úhlové výchylce γ a bude působit proti ní. Určete absolutní hodnotu konstanty úměrnosti – tzv. direkční moment D.

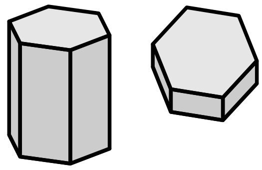
d) Po vychýlení začne kyvadélko kmitat okolo rovnovážné polohy. Určete periodu kmitů T. Tlumení kmitů zanedbejte.

Řešte obecně a pro dané hodnoty. Tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 1

2. Halové jevy jsou optické úkazy, které se objevují na obloze kolem Slunce a Měsíce v podobě kol, oblouků a skvrn. Podmínkou pro jejich vznik je přítomnost drobných ledových krystalků v atmosféře. Ledové krystalky se nejčastěji nacházejí ve výškách nad 6 km, za chladu - především v arktických oblastech se mohou vyskytovat i v přízemní vrstvě ovzduší. Vyskytují se v mnoha formách, ale pro vznik halových jevů jsou důležité krystalky ve tvaru šestiboké destičky nebo šestibokého sloupku (obr. 2).



Obr. 2

a) Stěny trojbokého hranolu svírají lámavý úhel φ, materiál hranolu má index lomu n. Paprsek vstupuje do hranolu v rovině kolmé k lámavé hraně (průsečnici lámavých stěn) pod úhlem α_1, vystupuje pod úhlem α_2 (obr. 3). Vyjádřete deviaci paprsku (odchylku od původního směru) pomocí veličin β_1, φ a n.

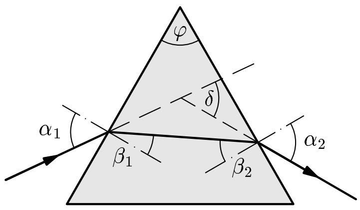
b) Deviace δ je minimální, je-li průchod paprsku hranolem symetrický, tj. $\alpha_1 = \alpha_2$. Dokažte toto tvrzení pro případ paprsku dopadajícího v rovině kolmé k lámavé hraně.
(Při řešení je možno použít vztah $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ pro $|x| < 1$.)

c) Vyjádřete obecně δ_{min} pomocí n a φ pro případ paprsku dopadajícího v rovině kolmé k lámavé hraně.

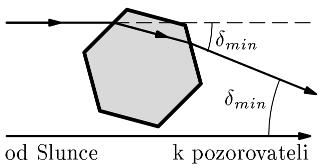
d) Sluneční paprsky dopadající na boční stěny ledových hranolků a vystupující opět bokem hranolu (obr. 4), vytvářejí tzv. *malé halo*, které se projevuje jako světlý kruh kolem slunečního disku. Jev je nejvýraznější na kružnici o úhlovém poloměru $\delta_{min} = 22°$ (minimální odchylka).
Na základě řešení úlohy b) a c) a výše uvedených údajů určete index lomu n ledového hranolku.

e) Paprsky vnikající boční stěnou krystalku a vycházející jeho podstavou, se odchýlí od původního směru o úhel γ (obr. 5). Jev je nejvýraznější, nabývá-li γ minimálních hodnot. Kolem Slunce se vytváří tzv. *velké halo* s úhlovým poloměrem γ_{min}. Na základě známé hodnoty indexu lomu n ledových krystalků z úlohy c) určete γ_{min}.

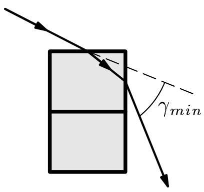
Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.



Obr. 3



Obr. 4



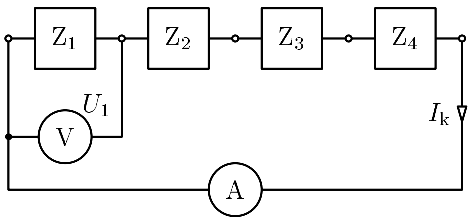
Obr. 5

3. Čtyři stejné zdroje, ampérmetr a voltmetr byly zapojeny podle obr. 6. Ampérmetr ukazoval proud $I_\mathrm{k} = 2{,}0$ A, jehož směr je vyznačen na obrázku. Voltmetr ukazoval napětí $U_1 = 3{,}0$ V, polaritu neznáme. Měřicí přístroje považujte za ideální.

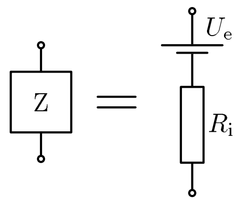
a) Každý ze zdrojů si můžeme představit jako sériové spojení ideálního zdroje o elektromotorickém napětí U_e a rezistoru o odporu R_i (obr. 7). Určete velikost U_e a R_i.

b) Ampérmetr nahradíme rezistorem, jinak ponecháme původní zapojení. Odpor rezistoru R zvolíme tak, aby jeho příkon byl maximální. Jak velký bude odpor rezistoru a jeho příkon?

c) Jaké napětí U_1' naměříme na voltmetru po zapojení rezistoru?



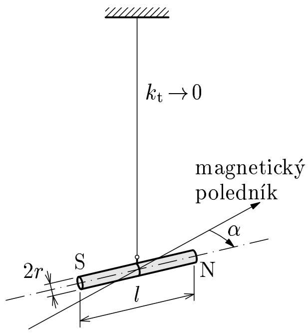
Obr. 6



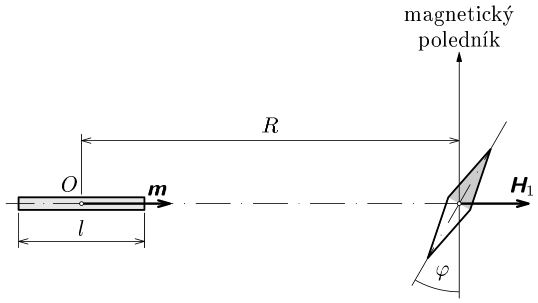
Obr.7

4. Je dán ocelový tyčový magnet o délce $l = 120$ mm, poloměru $r = 4{,}00$ mm a neznámém magnetickém momentu $\boldsymbol{m}$.

I. Zavěsíme-li magnet podle obr. 8 na nit o zanedbatelné torzní tuhosti, ustaví se jeho osa do směru magnetického poledníku. Vychýlíme-li magnet ve vodorovné rovině o malý úhel α, začne konat torzní kmity o periodě $T = 3{,}29$ s.



Obr. 8



Obr. 9

Moment setrvačnosti magnetu je $J = \dfrac{1}{12} m_0 l^2$, kde m_0 je hmotnost magnetu. Hustota železa $\varrho = 7{,}80 \cdot 10^3$ kg·m^{-3}.

II. Umístíme-li magnet na magnetometr do první Gaussovy polohy (obr. 9) tak, že střed magnetky je ve vzdálenosti $R = 600$ mm od středu magnetu, vychýlí se magnetka o úhel $\varphi = 26{,}5°$ od směru magnetického poledníku. Pro intenzitu magnetického pole magnetu v místě magnetky z teorie vychází

$$\boldsymbol{H}_1 = \frac{\boldsymbol{m}}{2\pi R^3 \left(1 - \Lambda^2\right)^2}\,, \quad \text{kde} \quad \Lambda = \frac{l}{2R}\,.$$

Vypočtěte:

a) Velikost m magnetického momentu $\boldsymbol{m}$.

b) Velikost H horizontální složky intenzity magnetického pole Země v místě měření.

c) Celkový počet spinových magnetických momentů (Bohrových magnetonů) uvažovaného magnetu a počet spinových magnetických momentů, který připadá průměrně na jeden atom železa.

Bohrův magneton $\mu_B = 9{,}274 \cdot 10^{-24}$ $A \cdot \mathrm{m}^2$, $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, molární hmotnost železa $M_m = 0{,}0558$ kg · mol^{-1}, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m^{-1}.