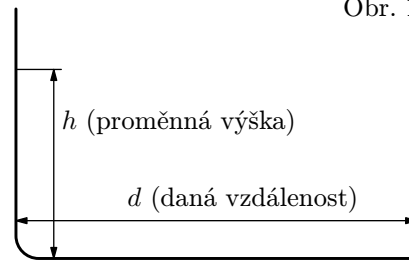


Úlohy 1. kola 49. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Pád při stěně

Drobné tělíčko padalo volným pádem podél svislé stěny z výšky h a dole po hladkém oblém přechodu přešlo na hladkou vodorovnou rovinu, po které se klouzalo do vzdálenosti d (obr. 1). Třecí síla a odpor vzduchu byly po celou dobu uvažovaného pohybu zanedbatelné. Také velikost oblého přechodu je zanedbatelná.

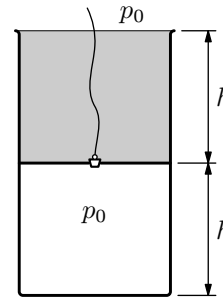


- Určete závislost celkové doby pohybu t na proměnné počáteční výšce h , z níž je těleso spuštěno.
- Sestrojte graf této závislosti pro $d = 4,5 \text{ m}$ a h v intervalu $\langle 0, 2d \rangle$. Úkol proveďte tak, že sestrojíte graf doby pádu na svislém úseku, poté graf doby pohybu na vodorovném úseku a nakonec součtový graf těchto funkcí.
- Najděte takovou výšku H , pro kterou je celková doba pohybu minimální, a určete tuto dobu t_{\min} . Úlohu je možné řešit bez derivace, pro úpravu výrazu s racionálními exponenty lze použít vztah

$$A^2 + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 + 2AB = (A - B)^2 + 2AB.$$

Úlohu řešte obecně, pak pro hodnotu $d = 4,5 \text{ m}$.

- 2. Válcová nádoba výšky $2h$ je uprostřed opatřena vodorovnou přepážkou s malým otvorem. Horní část nádoby je naplněna vodou o hustotě ρ , pod přepážkou je vzduch atmosférického tlaku p_0 (obr. 2). Otvor v přepážce uvolníme a voda začne protékat do dolní části nádoby. Děj bude probíhat za stálé teploty.**



- Do jaké výšky x musí vystoupit hladina v dolní části nádoby, aby vzduch začal probublávat otvorem v přepážce nahoru?
- Jak se změní výsledek úlohy a), budeme-li do horní části nádoby plynule přilévat vodu a udržovat hladinu v původní výšce?

Úlohu řešte obecně a pro hodnoty $p_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $h = 1,00 \text{ m}$.

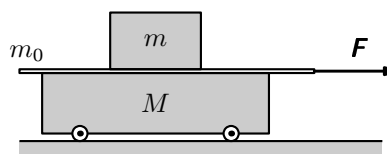
3. Automobil

Po přímé vodorovné silnici jede osobní automobil stálou rychlostí o velikosti v . Hmotnost automobilu je 920 kg, valivý odpor kol a tření v ložiskách odhadujeme na 5 % tíhy automobilu. Čelní řez automobilu má obsah $S = 2,0 \text{ m}^2$, hustota okolního vzduchu je $\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, součinitel odporu automobilu je $C = 0,34$. Odporovou sílu, kterou na automobil působí okolní vzduch, lze určit z Newtonova vzorce $F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2$. Automobil užívá benzin o hustotě $\rho_p = 720 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a výhřevnosti $H = 46 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ (tj. dokonalým spálením 1 kg benzínu získáme teplo $Q = 46 \text{ MJ}$). Účinnost, s jakou automobil využije získané teplo, je 36 %.

- Určete celkovou odporovou sílu působící na automobil, výkon automobilu, práci vykonanou automobilem na dráze $s = 100 \text{ km}$ a spotřebu benzínu V_p v litrech na 100 km při rychlostech $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $126 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a $144 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Z vypočtených hodnot sestavte tabulku.
- Sestrojte graf závislosti spotřeby benzínu na rychlosti automobilu v intervalu $(36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}; 144 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1})$.

4. Pohyb s klouzáním

Na hladkém vodorovném stole leží vozík o hmotnosti $M = 3,00 \text{ kg}$. Na něm je položen list papíru o hmotnosti $m_0 = 5,0 \text{ g}$, na kterém leží kvádr o hmotnosti $m = 1,00 \text{ kg}$. Součinitel smykového tření mezi papírem a každým z obou těles je $f = 0,70$. Valivý odpor koleček vozíku je zanedbatelný. Na list papíru začneme působit ve vodorovném směru silou F (obr. 3).



Obr. 3

- Jakou podmínku musí splňovat velikost síly F , aby byl kvádr vzhledem k listu papíru v klidu?
- Jakou podmínku musí splňovat velikost síly F , aby byl vozík vzhledem k listu papíru v klidu?
- Určete zrychlení listu papíru, jestliže 1) $F = 3 \text{ N}$, 2) $F = 11 \text{ N}$.

Rozdíl mezi součinitelem smykového tření f a součinitelem klidového tření f_0 zanedbejte.

5. Extrasolární planeta

V agenturní zprávě se uvádí: *Ve vzdálenosti zhruba 20 světelných let se v souhvězdí Vah nachází hvězda Gliese 581 o zdánlivé hvězdné velikosti 10 magnitud. Hvězda je mnohem menší a chladnější než Slunce, což ji řadí do kategorie červených trpaslíků. V roce 2007 astronomové u ní objevili soustavu tří planet. Nejmenší z nich má parametry blízké planetě Zemi – její průměr je jeden a půl násobek průměru Země a její hmotnost pětinasobkem hmotnosti Země. Kolem své mateřské hvězdy oběhne jednou za 13 dní ve vzdálenosti zhruba 14krát menší než je vzdálenost Země od Slunce. Z této těsné oběžné dráhy kolem chladné hvězdy plyne střední teplota povrchu mezi 0 až 40 °C. To by umožňovalo existenci vody v kapalném skupenství, což je jedna ze základních podmínek života.*

Z údajů ze zprávy a bez použití hodnot z tabulek vyjádřete

- střední hustotu ρ planety jako násobek střední hustoty ρ_z Země,
- gravitační zrychlení a_g na povrchu planety jako násobek gravitačního zrychlení a_{gz} na povrchu Země,
- únikovou (parabolickou) rychlost v_p na povrchu planety jako násobek únikové rychlosti v_{pz} na povrchu Země,
- hmotnost M hvězdy jako násobek hmotnosti M_s Slunce.

6. Praktická úloha: Měření viskozity vody

Úkol: Určete viskozitu vody měřením průtoku vody tenkou vodorovnou trubicí.

Teorie: Informace o veličině *viskozita* a jejím významu naleznete ve studijních textech z knihovničky FO: Vybíral, Zdeborová: *Odporové síly*, Vybíral, Zdeborová: *Pohyb těles s vlivem odporových sil*.

V naší úloze použijeme *Hagenův-Poiseuillův zákon* pro objemový průtok kapaliny tenkou trubicí při laminárním proudění

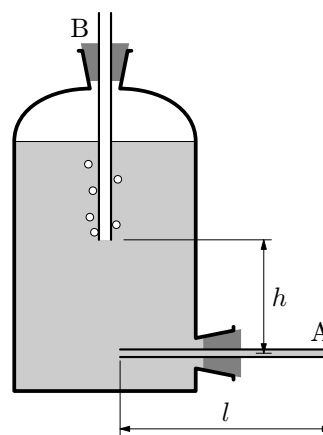
$$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta p}{l}, \quad (1)$$

kde V je objem vody, která projde trubicí za dobu t , r je vnitřní poloměr trubice, η je viskozita vody, l je délka trubice a Δp je rozdíl tlaků vody na vstupu a výstupu trubice.

Postup:

- Měření provedte pomocí Mariottovy láhve upravené podle obr. 4. Do dolního otvoru zasuňte zátku s vodorovnou měřicí trubicí A o vnitřním poloměru 2 až 4 mm dlouhou 10 až 15 cm. (Pokud neseženete Mariottovu láhev, použijte upravenou plastovou láhev.) Láhev naplňte destilovanou vodou a horní otvor uzavřete zátkou se svislou trubicí B. Voda začne vytékat trubicí A. Jakmile z trubice B budou vstupovat do láhve bublinky vzduchu, bude se mezi vstupem a výstupem měřicí trubice udržovat stálý rozdíl tlaků. Určete jeho velikost. *Výškový rozdíl h nastavte tak, aby voda vytékala co nejpomaleji, ale plynule.*

2. Vodu nechte vytékat do vhodné nádoby, dokud hladina v láhvi neklesne k dolnímu konci trubice B, a změřte dobu vytékání t . Objem vody V určete vážením nebo odměrným válcem.
3. Pečlivě určete vnitřní poloměr trubice r . Použijte různé metody a výsledky porovnejte. Proč je tak důležité přesně určit poloměr? Jednou z možností je zvážit suchou prázdnou trubici (delší kus) a pak tutéž trubici naplněnou vodou a uzavřenou malými kousky žvýkačky. Rozdíl hmotností je roven hmotnosti vody v trubici a je z něj možno určit vnitřní poloměr.
4. S použitím vztahu (1) určete viskozitu vody a vyhodnoťte chybu měření.



Obr. 4

5. Měření provedte při různé teplotě vody v rozmezí $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ a nakreslete graf závislosti viskozity na teplotě.
6. Výsledky měření porovnejte s hodnotami v tabulkách (např. Brož, Roskovec, Valouch: *Fyzikální a matematické tabulky*, SNTL, Praha 1980).

7. Ethanolový teploměr

Nádobka i kapilární trubice ethanolového teploměru pro měření teplot v intervalu od $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ jsou vyrobeny ze skla, jehož délkové rozměry se v daném oboru mění v závislosti na teplotě lineárně, přičemž teplotní součinitel délkové roztažnosti pro vztahnou teplotu $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $\alpha = 8,3 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$. Závislost hustoty ethanolu na teplotě v intervalu $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ je naopak dosti nelineární, což je zřejmé z tabulky:

$t/^{\circ}\text{C}$	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$t/^{\circ}\text{C}$	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$t/^{\circ}\text{C}$	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
0	806,3	30	781	60	754
10	797,9	40	772	70	745
20	789,5	50	763	80	735

Stupnice teploměru je vyryta na kapilární trubici a má při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ délku $l_0 = 20,0\text{ cm}$, obsah vnitřního průřezu kapiláry při $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $S_0 = 1,00\text{ mm}^2$.

- a) Určete objem V_0 nádobky teploměru včetně dolní části kapiláry pod stupnicí při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- b) Určete polohu bodů stupnice teploměru po $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ a stupnici narýsujte.
- c) Při řešení nejprve počítejte i se závislostí délky stupnice a obsahu vnitřního průřezu kapiláry na teplotě. Při druhém řešení tuto závislost zanedbejte. Jak se změní výsledky?