Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 52. ročníku FO

Olomouc 2011

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

1. Rotace bifilárního závěsu

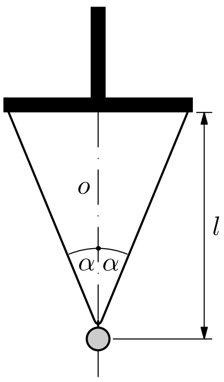
Kulička o hmotnosti $m = 100$ g s očkem byla zavěšena na bifilárním závěsu upevněném symetricky na držáku ve tvaru obráceného písmene T otáčivém okolo svislé osy o. Obě poloviny vlákna spolu svíraly úhel $2\alpha = 45°$ (obr. 1). Střed kuličky se nacházel ve vzdálenosti $l = 30$ cm od středu držáku a její dolní bod byl ve výšce $H = 1{,}00$ m nad vodorovnou podlahou místnosti. Závěs se začal otáčet a frekvence otáčení se velmi pomalu zvětšovala. Při určité frekvenci f_0 přestala být původní rovnovážná poloha kuličky stabilní a kulička začala obíhat po kružnicové trajektorii, jejíž poloměr se postupně zvětšoval (obr. 2). V okamžiku, kdy odchylka φ roviny bifilárního závěsu od osy otáčení dosáhla hodnoty $\varphi_1 = 65°$, se vlákno přetrhlo. Určete

a) frekvenci f_0,

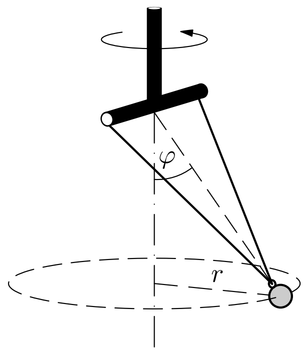
b) jakou silou F_1 bylo napnuto vlákno v okamžiku přetržení,

c) v jaké vzdálenosti d od osy otáčení dopadla kulička na podlahu.

Řešte obecně a pak pro dané hodnoty veličin. Deformaci vlákna tahovou silou zanedbejte.



Obr. 1



Obr. 2

2. Částice v elektrickém poli

Každý ze čtyř hmotných bodů nacházejících se ve vrcholech čtverce o straně délky a ve vakuu má elektrický náboj Q shodného znaménka.

a) Uvažujme osu x totožnou s osou souměrnosti čtverce kolmou k rovině čtverce a s počátkem ve středu čtverce. Najděte souřadnici x_m bodu osy, kde je intenzita elektrického pole maximální. Určete obecně i číselně velikost této intenzity E_max.

b) Do středu čtverce umístíme částici o klidové hmotnosti m_0 a s nábojem q shodného znaménka s nábojem Q, a nepatrně vychýlíme kolmo k rovině čtverce. Určete limitní velikost rychlosti částice ve velmi velké vzdálenosti. Řešte obecně klasicky i obecně relativisticky.

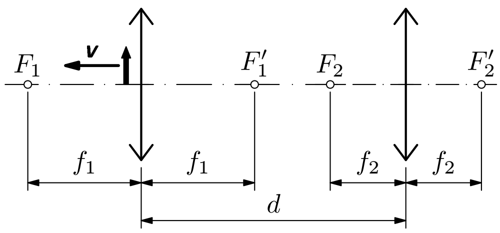
c) Vypočtěte velikost rychlosti z úlohy b) pro částici alfa s nábojem $q = 2e$ a s klidovou hmotností $m_\alpha = 6{,}644 \cdot 10^{-27}$ kg a pro elektron s nábojem $q = -e$ a s klidovou hmotností $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg.
Další hodnoty pro číselná řešení: $|Q| = 1{,}80 \cdot 10^{-7}$ C, $a = 4{,}00 \cdot 10^{-2}$ m, $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^{9}\ \mathrm{N \cdot C^{-2} \cdot m^{2}}$, $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

3. Zobrazovací soustava

Použijeme centrovanou soustavu dvou tenkých spojek o ohniskových vzdálenostech f_1 a f_2. Těsně před první spojku umístíme předmět a začneme jej vzdalovat stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$ ve směru optické osy (obr. 3).

a) Jaká musí být vzdálenost d středů čoček, aby příčné zvětšení výsledného obrazu bylo stále stejné?

b) Určete, jaká je v takovém případě funkční závislost vzdálenosti a_2' výsledného obrazu od druhé čočky na vzdálenosti a_1 předmětu od první čočky, a sestrojte její graf. Kdy bude výsledný obraz reálný? Určete rychlost $\boldsymbol{v}'$ pohybu výsledného obrazu.



Obr. 3

4. Klesání koule

Lehkoatletickou kouli o hmotnosti $m = 7{,}26$ kg, vyrobenou z oceli o hustotě $\varrho_\mathrm{k} = 7\,800\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, umístíme pod hladinu hluboké vodní nádrže a pustíme.

a) Jaké mezní rychlosti dosáhne koule během klesání ke dnu?

b) Jakou rychlost získá koule během první sekundy klesání a jak hluboko za tuto dobu klesne?

Úlohu b) řešte numerickým modelováním Eulerovou metodou s časovým krokem $h = 0{,}1$ s. Předpokládáme, že pro odpor prostředí platí Newtonův vzorec $F_\mathrm{o} = \dfrac{1}{2}CS\varrho v^2$. Hustota vody $\varrho = 1\,000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, součinitel odporu $C = 0{,}48$.