Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 56. ročníku FO kategorie A

1. Mravenec na hranolu

Pravidelný čtyřboký hranol $ABCDEFGH$, jehož rozměry jsou $a \times a \times a\sqrt{7}$, stojí na čtvercové podstavě $ABCD$ na vodorovné podložce. U vrcholu A je mravenec, který se může po svislé stěně pohybovat rychlostí v, po vodorovné stěně větší rychlostí u. Po hranách mravenec lézt neumí, ale umí je překročit.

a) Mravenec se vydá do protějšího vrcholu G po nejkratší dráze. Jak dlouho mu cesta potrvá?

b) Na zpáteční cestě se mravenec vydá tak, že hranu EF překročí právě v polovině její délky a přitom dosáhne celkově nejmenšího možného času. Jak dlouho mu cesta potrvá a jaká je jeho rychlost u na vodorovné stěně hranolu?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $a = 10{,}0$ cm, $v = 0{,}50$ cm·s^{-1}.

2. Vodíkový Rydbergův atom

Název Rydbergův atom používáme v případě, že jeden elektron atomu je excitován na hladinu s vyšším hlavním a vedlejším kvantovým číslem. Chování takového elektronu vystihuje dostatečně přesně Bohrův model, ve kterém elektron obíhá po kruhové trajektorii splňující kvantovou podmínku

$$m_{\mathrm{e}} v r = n \frac{h}{2\pi}.$$

Ve spektru záření horkého a řídkého plynoprachového oblaku v okolí masivní hvězdy MWC 349 byla zachycena také spektrální čára o vlnové délce $\lambda = 169{,}4$ μm. Záření přísluší přechodu elektronu mezi dvěma sousedními hladinami vodíkového Rydbergova atomu.

a) Určete, mezi kterými hladinami $n + 1 \to n$ přechod nastal.

b) Určete poloměr r_n kruhové oběžné dráhy elektronu v tomto Rydbergově atomu a oběžnou rychlost v_n elektronu na této dráze.

c) Určete, jaká de Broglieova vlnová délka λ_{B} v tomto kvantovém stavu elektronu přísluší.

Při výpočtech pracujte s hodnotami:

Planckova konstanta $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s, rychlost světla ve vakuu $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}. Energie atomu vodíku v základním stavu $E_1 = -13{,}6\,\mathrm{eV}$, poloměr první kvantové dráhy $r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m, rychlost elektronu na první kvantové dráze $v_1 = 2,19 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

3. Přelévání vody

V jednom kalorimetru je $m = 200$ g vody o teplotě $t_{01} = 20\,°\text{C}$, ve druhém kalorimetru je dvojnásobné množství vody o teplotě $t_{02} = 80\,°\text{C}$. Z kalorimetru s teplejší vodou přelijeme $\Delta m = 50\,\text{g}$ vody do kalorimetru s chladnější vodou a po promíchání přelijeme stejné množství vody zpět do kalorimetru s vodou teplejší.

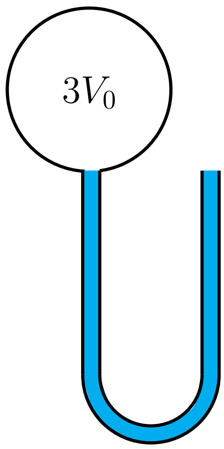
a) Jaký bude rozdíl teplot vody $(t_2 - t_1)$ v kalorimetrech po ustálení teplot?

b) Jaký bude rozdíl teplot vody $(t_4 - t_3)$ v kalorimetrech, provedeme-li přelévání vody ještě jednou?

c) Kolikrát budeme muset toto přelévání opakovat, aby rozdíl teplot v kalorimetrech byl menší než $1\,°\text{C}$?

Ztráty tepla při přelévání vody a tepelnou kapacitu kalorimetrů zanedbáme.

4. Nádoba s U-trubicí



K jednomu konci vertikálně postavené, tenkostěnné, skleněné U-trubice s obsahem vnitřního kruhového průřezu $S = 0{,}50$ cm^2 a vnitřním objemem $V_0 = 25\text{cm}^3$, naplněné vodou o hustotě $\rho = 1000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, je těsně připojena nádoba se vzduchem objemu $3V_0$ (viz obrázek). Počáteční tlak vzduchu v nádobě je roven atmosférickému tlaku $p_0 = 1{,}0\cdot10^5$ Pa, jeho počáteční teplota je $T_0 = 300$ K.
Nádobu se vzduchem budeme pomalu zahřívat tak dlouho, dokud z U-trubice nevyteče třetina množství vody.

a) Jak se přitom změní teplota vzduchu v nádobě?

b) Jaké teplo Q budeme muset dodat?

c) Během děje se uplatňuje též kapilarita. Rozhodněte, zda přispívá k vytékání vody z trubice, či působí proti vytékání, a posuďte pomocí číselného výpočtu, zda je či není zanedbatelná.

Ztráty tepla do okolí zanedbáme. Poloměr křivosti ohybu trubky je zanedbatelný v porovnání s její délkou. Vzduch můžeme považovat za ideální plyn s dvouatomovými molekulami. Vnitřní energii ideálního plynu s dvouatomovými molekulami určíme ze vztahu $U = \frac{5}{2}nRT$. Předpokládejte, že teplota vody v trubici se při zahřívání nádobky nemění. Povrchové napětí vody při 27 °C je $\sigma = 71{,}7\ \text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$.