Řešení úloh 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie G – Archimédiáda

FO56G1: Nákladní vlak jede po mostě

Rychlost je vhodné převést: $v = 54\,\mathrm{km/h} = 15\,\mathrm{m/s}$. Označme délku vlaku $d_\mathrm{v} = 450\,\mathrm{m}$ a délku mostu $d_\mathrm{m} = 300\,\mathrm{m}$.

a) $t_1 = \dfrac{d_\mathrm{v}}{v} = \dfrac{450\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} = 30\,\mathrm{s}$. **3 body**

b) $t_2 = \dfrac{d_\mathrm{m}}{v} = \dfrac{300\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} = 20\,\mathrm{s}$. **3 body**

c) V okamžiku, kdy z mostu odjíždí zadní konec vlaku, musí být strojvůdce v lokomotivě o délku vlaku d_v dále za mostem. Od okamžiku, kdy lokomotiva vjela na začátek mostu, proto musela urazit dráhu $d_\mathrm{v} + d_\mathrm{m}$. Pro hledaný čas proto platí $t_3 = \dfrac{d_\mathrm{v} + d_\mathrm{m}}{v} = \dfrac{450\,\mathrm{m} + 300\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} = 50\,\mathrm{s} = t_1 + t_2$. **4 body**

FO56G2: Stavební firma převáží materiál

Označme hustotu oceli $\varrho_\mathrm{p} = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3}$, rozměry plechu $l = 210\,\mathrm{cm} = 2{,}1\,\mathrm{m}$, $d = 150\,\mathrm{cm} = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $t = 1{,}5\,\mathrm{mm} = 0{,}001\,5\,\mathrm{m}$ a rozměry ložné plochy automobilu $L = 220\,\mathrm{cm} = 2{,}2\,\mathrm{m}$, $D = 320\,\mathrm{cm} = 3{,}2\,\mathrm{m}$.

a) Objem jednoho plechu o ploše $S = ld = 2{,}1\,\mathrm{m} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} = 3{,}15\,\mathrm{m^2}$ je $V = St = 3{,}15\,\mathrm{m^2} \cdot 0{,}001\,5\,\mathrm{m} = 0{,}004\,73\,\mathrm{m^3}$. Hmotnost jednoho kusu plechu pak vychází $m = \varrho V = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}004\,73\,\mathrm{m^3} \doteq 36{,}9\,\mathrm{kg}$. Pro hmotnost $1\,\mathrm{m^2}$ pak dostáváme

$$\sigma = \frac{m}{S} = \frac{\varrho V}{S} = \frac{\varrho S d}{S} = \varrho d = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}001\,5\,\mathrm{m} = 11{,}7\,\mathrm{kg} \doteq 12\,\mathrm{kg}.$$

5 bodů

b) Při povolené nosnosti $M = 10\,\mathrm{t} = 10\,000\,\mathrm{kg}$ můžeme na automobil naložit nejvýše

$$n = \frac{M}{m} = \frac{10\,000\,\mathrm{kg}}{36{,}9\,\mathrm{kg}} = 271$$

kusů plechu. **4 body**

Plechy lze naskládat po dvou ($L > l$ a $D > 2d$), takže budou dosahovat do výšky $v = nt/2 = 271 \cdot 0{,}001\,5\,\mathrm{m}/2 \doteq 0{,}20\,\mathrm{m}$, což je rozumná a přijatelná hodnota. **1 bod**

FO56G3: Cyklista jede na kole

Označme obvod kola $o = 186\,\mathrm{cm} = 1{,}86\,\mathrm{m}$.

a) Pro počet otočení kola při ujetí vzdálenosti $s = 1\,000\,\mathrm{m}$ dostáváme $n_1 = \dfrac{s}{o} = \dfrac{1\,000\,\mathrm{m}}{1{,}86\,\mathrm{m}} = 537{,}63 \doteq 538$. **2 body**

b) Průměrná rychlost v je rovna podílu dráhy s a času $t = 80\,\mathrm{s}$, takže

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1\,000\,\mathrm{m}}{80\,\mathrm{s}} = 12{,}5\,\mathrm{m/s} = 45\,\mathrm{km/h}. \qquad \textbf{3body}$$

Počet otáček za minutu můžeme určit dvojím způsobem. Jestliže na dráze s, kterou cyklista urazí za $t = 80\,\mathrm{s}$ je počet otáček n_1, za $1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}$ bude počet otáček úměrně menší

$$n_2 = n_1 \frac{60\,\mathrm{s}}{80\,\mathrm{s}} = n_1 \frac{60\,\mathrm{s}}{80\,\mathrm{s}} \doteq 403.$$

Nebo – známe-li rychlost cyklisty – určíme dráhu, kterou za 60 s ujede a podobně jako v části a) ji podělíme obvodem kola

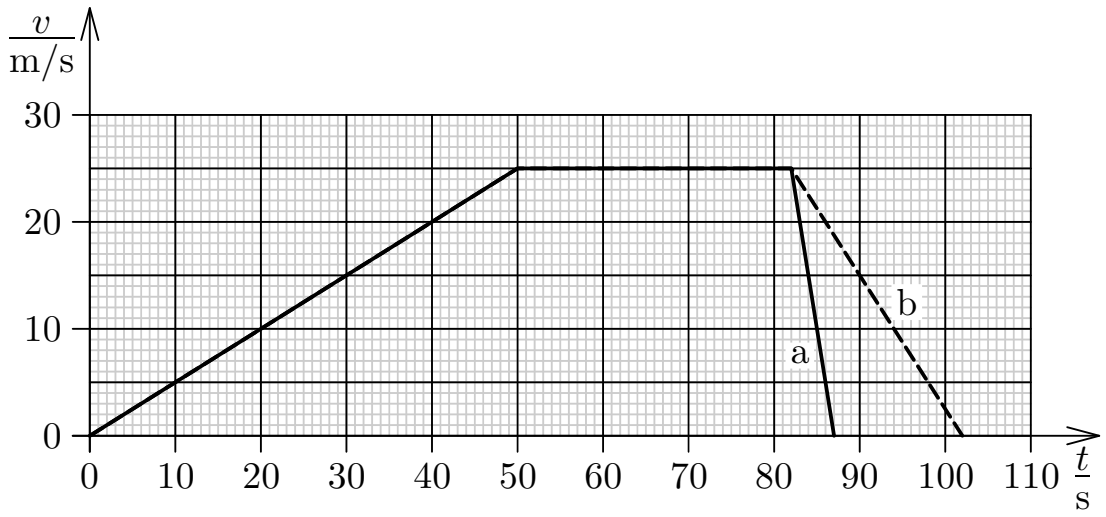
$$n_2 = \frac{vt_2}{o} = \frac{12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 60\,\mathrm{s}}{1{,}86\,\mathrm{m}} \doteq 403. \qquad \textbf{3 body}$$

c) Tachometr je zařízení sloužící k měření otáček, obvykle zobrazuje počet otáček na jednotku času, např. otáčky za sekundu. Z počtu otáček pak lze odvodit rychlost vozidla nebo kola, obvykle bývá tento přístroj sdružený s počítadlem ujetých kilometrů. Tachometry existují jako analogové nebo digitální. Název pochází z řeckého $\tau\alpha\chi o\varsigma$ (tachos) rychlost a metron měřit a poprvé použil tachometr sestrojil německý inženýr *Diedrich Uhlhorn* v roce 1817. Nejjednodušší tachometr je založen na mechanickém principu, kdy jsou kola (resp. převodová skříň) spojena přes ozubená kolečka či další převod přímo s ručičkou tachometru. Tento systém se již moc nepoužívá. Druhou možností je využití magnetů, které jsou umístěny někde na otáčejících se částech (i u jízdního kola musíme na dráty/špice připevnit magnet), a v samotném tachometrů pak vzniká elektrický signál. U novějších aut se používá ještě třetí, poslední princip, a to za využití senzorů ABS (antiblokovací systém). Řídící jednotka auta dnes již musí mít informaci o tom, které kolo například při brzdění prokluzuje, jak se každé kolo otáčí apod. Při počítání těchto údajů je vlastně jako druhotný produkt vyhodnocována i rychlost auta. Nesmíme také zapomenout ještě na jednu možnost výpočtu rychlosti pohybu nejen aut, lodí, letadel a třeba i běžců. Tou je využití tzv. globálního družicového polohového systému, jako je třeba americký GPS nebo evropský Galileo. **2 body**

FO56G4: Jízda v uzavřeném kruhu

Opět nejprve převedeme rychlost $v = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$

a) Graf je na obr. 13. Případ (a) odpovídá prudkému brzdění, případ (b) mírnému brzdění. **3 body**



Obr. 13: Závislost $v = v(t)$

b) První úsek ujede motocyklista za čas $t_1 = 50\,\mathrm{s}$, druhý úsek za čas $t_2 = \dfrac{s_2}{v} = \dfrac{800\,\mathrm{m}}{25\,\mathrm{m/s}} = 32\,\mathrm{s}$, třetí úsek při prudkém brzdění za $t_{3\mathrm{a}} = 5\,\mathrm{s}$, při mírném brzdění za $t_{3\mathrm{b}} = 20\,\mathrm{s}$. Celková doba jízdy pak vychází v prvním případě

$$t_\mathrm{a} = t_1 + t_2 + t_{3\mathrm{a}} = 50\,\mathrm{s} + 32\,\mathrm{s} + 5\,\mathrm{s} = 87\,\mathrm{s},$$
$$t_\mathrm{b} = t_1 + t_2 + t_{3\mathrm{b}} = 50\,\mathrm{s} + 32\,\mathrm{s} + 20\,\mathrm{s} = 102\,\mathrm{s}. \qquad \textbf{2 body}$$

Při zrychleném (i zpomaleném pohybu) dráha odpovídá obsahu trojúhelníka pod grafem závislosti $v = v(t)$. Pro jednotlivé úseky postupně dostáváme

$$s_1 = \frac{vt_1}{2} = \frac{25\,\mathrm{m/s} \cdot 50\,\mathrm{s}}{2} = 625\,\mathrm{m},$$
$$s_2 = 800\,\mathrm{m} \text{ (podle zadání)},$$
$$s_{3\mathrm{a}} = \frac{vt_{3\mathrm{a}}}{2} = \frac{25\,\mathrm{m/s} \cdot 5\,\mathrm{s}}{2} = 62{,}5\,\mathrm{m},$$
$$s_{3\mathrm{b}} = \frac{vt_{3\mathrm{b}}}{2} = \frac{25\,\mathrm{m/s} \cdot 20\,\mathrm{s}}{2} = 250\,\mathrm{m}.$$

Celková dráha, kterou motocyklista ujede pak bude

$$s_\mathrm{a} = s_1 + s_2 + s_{3\mathrm{a}} = 625\,\mathrm{m} + 800\,\mathrm{m} + 62{,}5\,\mathrm{m} = 1\,487{,}5\,\mathrm{m} \doteq 1\,500\,\mathrm{m},$$
$$s_\mathrm{b} = s_1 + s_2 + s_{3\mathrm{b}} = 625\,\mathrm{m} + 800\,\mathrm{m} + 250\,\mathrm{m} = 1\,675\,\mathrm{m} \doteq 1\,700\,\mathrm{m}. \qquad \textbf{3 body}$$

c) Opravářův syn se pohybuje rychlostí $v = 27\,\mathrm{km/h} = 7{,}5\,\mathrm{m/s}$. Stejné dráhy

jako motocyklista urazí v časech

$$t'_{\mathrm{a}} = \frac{s_{\mathrm{a}}}{v} = \frac{1\,487{,}5\,\mathrm{m}}{7{,}5\,\mathrm{m/s}} \doteq 198\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{min}\,18\,\mathrm{s},$$

$$t'_{\mathrm{b}} = \frac{s_{\mathrm{b}}}{v} = \frac{1\,675\,\mathrm{m}}{7{,}5\,\mathrm{m/s}} \doteq 223\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{min}\,43\,\mathrm{s}. \qquad \textbf{2 body}$$

Řešení úloh pro kategorie E, F, G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky pod vedením P. Kabrhela, za spolupráce M. Randy, R. Polmy, L. Richterka a J. Thomase.