

Řešení úloh okresního kola 57. ročníku Fyzikální olympiády

Kategorie F

Autoři úloh: J. Jírů (1, 2), L. Richterek (4); úloha (3) byla upravena podle námětu z Московской региональной олимпиады школьников по физике

FO57F2–1: Martina jede na kole

- a) Nejdelší dobu se Martina pohybovala na třetím úseku, a to po dobu $t_3 = 65 \text{ min} - 30 \text{ min} = 35 \text{ min} = 2100 \text{ s} \doteq 0,58 \text{ h}$. **1 bod**
- b) Největší dráhu urazila na druhém úseku, a to $15 \text{ km} - 4 \text{ km} = 11 \text{ km}$. **1 bod**
- c) Největší rychlostí jela Martina na úseku, kde má úsečka grafu největší sklon, tj. také na druhém úseku. Rychlost je určena podílem uražené dráhy a odpovídajícího času

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{11 \text{ km}}{30 \text{ min} - 10 \text{ min}} = \frac{11 \text{ km}}{\frac{1}{3} \text{ h}} = 33 \text{ km/h} \doteq 9,2 \text{ m/s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- d) Průměrná rychlost celého pohybu je určena podílem celkové dráhy $s = 33 \text{ km}$ a celkového času $t = 105 \text{ min} = 1,75 \text{ h}$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{33 \text{ km}}{1,75 \text{ h}} \doteq 18,9 \text{ km/h} \doteq 5,2 \text{ m/s}. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

- e) Průměrná rychlost na druhém a třetím úseku je určena podílem příslušné dráhy a příslušného času

$$v_{p23} = \frac{s_2 + s_3}{t_2 + t_3} = \frac{11 \text{ km} + 9 \text{ km}}{20 \text{ min} + 35 \text{ min}} = \frac{20 \text{ km}}{55 \text{ min}} = \frac{20 \text{ km}}{\frac{55}{60} \text{ h}} \doteq 21,8 \text{ km/h} \doteq 6,1 \text{ m/s}.$$

2 body

- f) Lenka se musí dostat do vzdálenosti 24 km nejpozději v čase 80 min od vyjetí Martiny. Vyjede-li 7 min za Martinou, má k dispozici dobu $73 \text{ min} = 73/60 \text{ h}$. Lenčina průměrná rychlost proto musí být

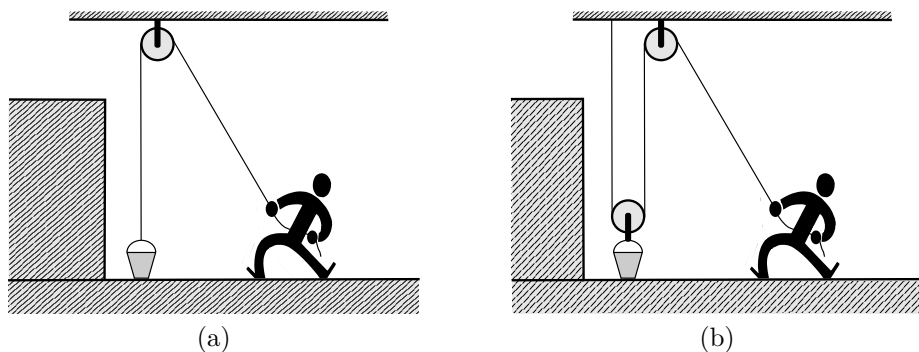
$$v_L = \frac{24 \text{ km}}{\frac{73}{60} \text{ h}} \doteq 19,7 \text{ km/h} \doteq 5,5 \text{ m/s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- g) Tatínek s automobilem musí urazit dráhu 33 km rychlostí 70 km/h . Doba jeho jízdy je

$$t' = \frac{33 \text{ km}}{70 \text{ km/h}} \doteq 0,471 \text{ h} \doteq 28 \text{ min}.$$

Automobil může vyjet se zpožděním $t - t' = 105 \text{ min} - 28 \text{ min} = 77 \text{ min}$. **1 bod**

FO57F2-2: Na stavbě



Obr. 1: Pevná a volná kladka v úloze 2

- a) Příklad s využitím pevné kladky je na obr. 1a, s využitím pevné i volné kladky na obr. 1b. **2 body**
- b) V prvním případě působí silou stejně velikou jako je tíha malty a nádoby, tj.

$$F_1 = G_m + G_n = 30 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} + 4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 340 \text{ N},$$

v druhém případě poloviční silou než je tíha malty, nádoby a volné kladky, tj.

$$F_2 = \frac{G_m + G_n + G_{vk}}{2} = \frac{30 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} + 4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} + 3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg}}{2} = 185 \text{ N}.$$

2 body

- c) Práce je určena součinem tíhy z úlohy b) a výšky, do níž Václav nádobu s maltou vytáhne. V prvním případě vychází práce

$$W_1 = (G_m + G_n) h = 340 \text{ N} \cdot 3,8 \text{ m} = 1292 \text{ J} \doteq 1300 \text{ J},$$

v druhém

$$W_2 = (G_m + G_n + G_{vk}) h = 370 \text{ N} \cdot 3,8 \text{ m} = 1406 \text{ J} \doteq 1400 \text{ J}. \quad \textbf{2 body}$$

- d) V obou případech je práce nutná k vytažení samotné malty nahoru $W_m = G_m h = 30 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 3,8 \text{ m} = 1140 \text{ J}$. Účinnost je v prvním případě $\eta_1 = W_m/W_1 = 1140 \text{ J}/1292 \text{ J} \doteq 0,88 = 88 \%$, v druhém $\eta_2 = W_m/W_2 = 1140 \text{ J}/1406 \text{ J} \doteq 81 = 81 \%$. **2 body**

- e) V prvním případě celková hmotnost zátěže musí být menší než hmotnost člověka, tj. na maltu připadá hmotnost menší než 41 kg. V druhém případě hmotnost celkové zátěže musí být menší než dvojnásobek hmotnosti člověka, tj. malta musí mít hmotnost menší než $2 \cdot 45 \text{ kg} - 4 \text{ kg} - 3 \text{ kg} = 83 \text{ kg}$. **2 body**

FO57F2–3: Cesta zasypaná sněhem

- a) Na 1 m^2 působí síla $F_1 = pS = 630 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^2 = 630 \text{ N}$, která odpovídá tíze sněhu o hmotnosti $m_1 = 63 \text{ kg}$. Objem sněhové vrstvy nad 1 m^2 cesty je $V_1 = 1 \text{ m}^2 \cdot 0,7 \text{ m} = 0,7 \text{ m}^3$. Hustota sněhu pak vychází $\rho_s = m_1/V_1 = 63 \text{ kg}/0,7 \text{ m}^3 = 90 \text{ kg}/\text{m}^3$. Hmotnost vzduchu ve sněhové vrstvě je velmi malá, pro objem $0,7 \text{ m}^3$ vyjde méně než $0,7 \text{ m}^3 \cdot 1,3 \text{ kg}/\text{m}^3 \doteq 0,9 \text{ kg}$, není nutné ji proto uvažovat.

2 body

- b) Pavel vyhrnul plochu o obsahu $S_2 = 15 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 45 \text{ m}^2$ a objem odpovídající sněhové vrstvy vychází $V_2 = 45 \text{ m}^2 \cdot 0,7 \text{ m} = 31,5 \text{ m}^3$. Pro hmotnost vyhrnutého sněhu pak dostáváme $m_2 = V_2 \rho_s = 31,5 \text{ m}^3 \cdot 90 \text{ kg}/\text{m}^3 \doteq 2800 \text{ kg}$.

Jiné řešení: Lze využít i tlakovou sílu sněhu na uvažovanou plochu $S_2 = 45 \text{ m}^2$; vychází $F_2 = pS_2 = 630 \text{ Pa} \cdot 45 \text{ m}^2 = 28350 \text{ N}$, což po zaokrouhlení opět odpovídá hmotnosti sněhové vrstvy 2800 kg .

2 body

- c) Označme objemový podíl ledu ve sněhu k . Led s hmotností $m = k \rho_l S h$ způsobí tlak $p = mg/S = k \rho_l g h$. Odtud

$$k = \frac{p}{\rho_l g h} = \frac{630 \text{ Pa}}{900 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 10 \text{ N}/\text{kg} \cdot 0,7 \text{ m}} = 0,10 = 10 \text{ \%}.$$

Led tedy tvoří 10 % objemu sněhu, vzduch 90 %.

3 body

- d) Hmotnost vody, která napršela na 1 m^2 je pro $h_1 = 3 \text{ mm}$ dešťových srážek $m_v = \rho_v S h_1 = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 0,003 \text{ m} = 3 \text{ kg}$, objem vrstvy ležící na 1 m^2 cesty je $V_3 = S h' = 1 \text{ m}^3 \cdot 0,2 \text{ m} = 0,2 \text{ m}^3$. Pro hmotnost zmoklého sněhu tak vychází $m_3 = m_1 + m_v = 63 \text{ kg} + 3 \text{ kg} = 66 \text{ kg}$ a pro jeho hustotu $\rho_3 = m_3/V_3 = 66 \text{ kg}/0,2 \text{ m}^3 = 330 \text{ kg}/\text{m}^3$. Tíhová síla sněhu nasáklého dešťovou vodou je $F_3 = m_3 g = 66 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N}/\text{kg} = 660 \text{ N}$, což odpovídá tlaku $p' = 660 \text{ Pa}$. Poměr přírůstku tlaku a atmosférického tlaku je

$$\frac{p'}{p_a} = \frac{660 \text{ Pa}}{99500 \text{ Pa}} \doteq 0,007.$$

Tlak pod zmoklou sněhovou vrstvou je o 0,7 % větší než atmosférický. **3 body**

FO57F2–4: Vytápění v panelovém domě

- a) Tepelný výkon radiátorů s patnácti žebry lze odhadnout na $P_{15} = 1500 \text{ W} \cdot 15/10 = 2250 \text{ W}$, se třinácti žebry na $P_{13} = 1500 \text{ W} \cdot 13/10 = 1950 \text{ W}$.

2 body

- b) Objem obývacího pokoje vychází $V = 5 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 2,6 \text{ m} = 52 \text{ m}^3$. Výkon radiátoru by se měl pohybovat v rozmezí $P_1 = 40 \text{ W}/\text{m}^3 \cdot V = 40 \text{ W}/\text{m}^3 \cdot 52 \text{ m}^3 = 2080 \text{ W}$ až $P_2 = 50 \text{ W}/\text{m}^3 \cdot V = 50 \text{ W}/\text{m}^3 \cdot 52 \text{ m}^3 = 2600 \text{ W}$. Zřejmě hodnota P_{15} leží v intervalu mezi P_1 a P_2 .

2 body

- c) Postačující tepelný výkon radiátoru by měl být $P_3 = 25 \text{ W}/\text{m}^3 \cdot V = 25 \text{ W}/\text{m}^3 \cdot 52 \text{ m}^3 = 1300 \text{ W}$. Stačilo by tedy $n = 10 \cdot 1300 \text{ W}/1500 \text{ W} \doteq 8,67 \doteq 9$ žeber namísto 15.

1 bod

- d) Celková hmotnost litinového radiátoru je $m = 15 \cdot 4,5 \text{ kg} = 67,5 \text{ kg}$. Na jeho zahřátí je potřeba teplo

$$Q = mc_L(t_{40} - t_{20}) = 67,5 \text{ kg} \cdot 460 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (40^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 621 \text{ kJ}.$$

2 body

- e) Označme V_1 objem vody, která přiteče do radiátoru za jednu sekundu. Tepelný výkon je roven teplu odevzdanému radiátorem za sekundu, platí proto

$$P_{15} = \rho V_1 c (t_{60} - t_{40}).$$

Odtud vychází

$$V_1 = \frac{P_{15}}{\rho c (t_{60} - t_{40})} = \frac{2\,250 \text{ W}}{980 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 4\,200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (60^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C})} \doteq \\ \doteq 0,000\,027 \text{ m}^3/\text{s} = 27 \text{ ml}/\text{s}.$$

Za ustáleného provozu, kdy můžeme zanedbat teplo na zahřívání radiátoru, za minutu přiteče objem $60V_1 \doteq 1\,600 \text{ ml} = 1,6 \text{ l}$.

3 body