Řešení úloh okresního kola 58. ročníku Fyzikální olympiády

Kategorie F

Autoři úloh: Z. Kalík (2), L. Richterek (3) a J. Thomas (1, 4)

FO58F2–1: Sníh na střeše

a) Karel má střechu dobře tepelně izolovanou, Petr nikoliv. **1 bod**

b) Pokud leží na střeše vrstva o výšce $h = 5\,\mathrm{cm} = 0{,}05\,\mathrm{m}$, bude hmotnost sněhu

$$m = \varrho_\mathrm{s} V = \varrho_\mathrm{s} S h = 100\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 50\,\mathrm{m^2} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} = 250\,\mathrm{kg}.$$

Na jeho roztátí je potřeba teplo

$$Q = m l_\mathrm{t} = \varrho_\mathrm{s} S h l_\mathrm{t} = 100\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 50\,\mathrm{m^2} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} \cdot 330\,000\,\mathrm{J/kg} = 82\,500\,\mathrm{kJ} \doteq 83\,\mathrm{MJ}.$$

4 body

c) Hodnota $Q = 82\,500\,000\,\mathrm{J}$ odpovídá energii v kWh

$$E = \frac{82\,500\,000\,\mathrm{J}}{3\,600\,000\,\mathrm{J/kWh}} = 22{,}917\,\mathrm{kWh} \doteq 22{,}92\,\mathrm{kWh}.$$

Petr musí za uniklé teplo navíc zaplatit cenu $22{,}917\,\mathrm{kWh} \cdot 4{,}90\,\mathrm{Kč/kWh} = 112{,}29\,\mathrm{Kč} \doteq 110\,\mathrm{Kč}$. **2 body**

d) Z energie spotřebované bojlerem se na ohřev vody o objemu V využije pouze část ηQ; můžeme psát

$$\eta Q = \varrho_\mathrm{v} V c\,(t_2 - t_1)\,.$$

Odtud dostáváme

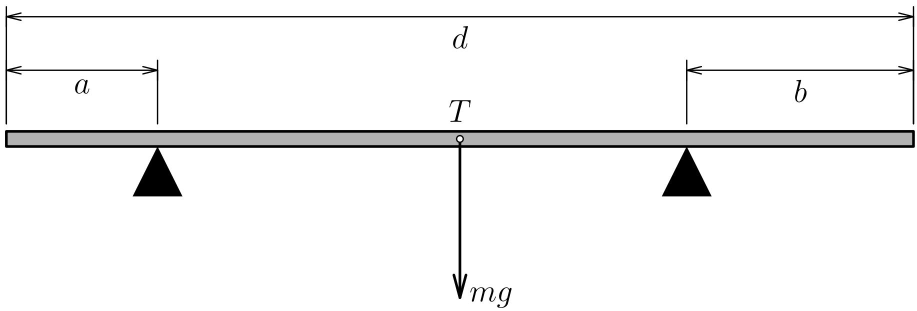
$$V = \frac{\eta Q}{\varrho_\mathrm{v} c\,(t_2 - t_1)} = \frac{0{,}90 \cdot 82\,500\,000\,\mathrm{J}}{1\,000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)} \cdot (50\,{}^\circ\mathrm{C} - 14\,{}^\circ\mathrm{C})} \doteq$$

$$\doteq 0{,}491\,07\,\mathrm{m^3} \doteq 490\,\mathrm{l}.$$

3 body

FO58F2–2: Zednické lešení

a) Náčrtek lešení je na obr. 1.



Obr. 1: Náčrt zednického lešení v měřítku $1\,\mathrm{m} \sim 2\,\mathrm{cm}$

1 bod

b) Deska lešení představuje páku, která se může otáčet buď kolem podpěry A, nebo kolem podpěry B podle toho, na které straně zedník stojí. Jednou silou působící na této páce je tíha desky mg, která působí v těžišti uprostřed ní. Pokud zedník působí svou tíhou $m_1 g$ na levém okraji desky a deska se nemá přetočit kolem podpěry A, musí platit

$$m_1 g a < mg\left(\frac{d}{2} - a\right)$$

a po dosazení

$$80\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} \cdot 1\,\mathrm{m} = 800\,\mathrm{N \cdot m} < 60\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} \cdot \left(\frac{6\,\mathrm{m}}{2} - 1\,\mathrm{m}\right) = 1\,200\,\mathrm{N \cdot m};$$

podmínka je splněna a deska se nepřetočí. **3 body**

Pokud zedník stojí na pravém konci a deska se nemá přetočit kolem podpěry B, mělo by platit

$$m_1 g b < mg\left(\frac{d}{2} - b\right)$$

a po dosazení

$$80\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} = 1\,200\,\mathrm{N \cdot m} < 60\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} \cdot \left(\frac{6\,\mathrm{m}}{2} - 1{,}5\,\mathrm{m}\right) = 900\,\mathrm{N \cdot m};$$

tato podmínka ale splněna není, deska se může přetočit. Zedník se tedy nesmí postavit na pravý konec. **3 body**

c) Aby se zedník mohl postavit i na pravý konec, je nutné posunout podpěru B do vzdálenosti b_1 od pravého okraje tak, aby páka byla alespoň v rovnováze, tj. platilo

$$m_1 g b_1 = mg\left(\frac{d}{2} - b_1\right).$$

Odtud vyjádříme

$$b_1 = \frac{md}{2\,(m + m_1)} = \frac{60\,\mathrm{kg} \cdot 6\,\mathrm{m}}{2 \cdot (60\,\mathrm{kg} + 80\,\mathrm{kg})} \doteq 1{,}285\,7\,\mathrm{m} \doteq 1{,}3\,\mathrm{m}.$$

Podpěru B musíme umístit do vzdálenosti 1,3 m od pravého konce desky. **3 body**

FO58F2–3: Jizerská padesátka

a) Označme délku trati $s = 50\,\mathrm{km}$ a časy závodníků $t_1 = 1\,\mathrm{h}\,56\,\mathrm{min} \doteq 1{,}933\,3\,\mathrm{h}$, $t_2 = 4\,\mathrm{h}$ a $t_3 = 7\,\mathrm{h}\,30\,\mathrm{min} = 7{,}5\,\mathrm{h}$. Pro průměrné rychlosti pak vychází

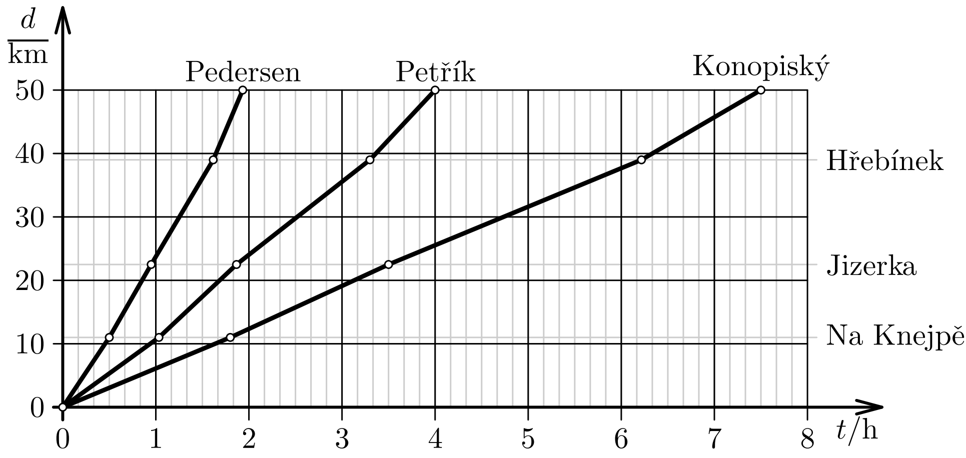
$$v_1 = \frac{s}{t_1} = \frac{50\,\mathrm{km}}{1{,}933\,3\,\mathrm{h}} \doteq 25{,}863\,\mathrm{km/h} \doteq 26\,\mathrm{km/h},$$

$$v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{50\,\mathrm{km}}{4\,\mathrm{h}} \doteq 12{,}5\,\mathrm{km/h} \doteq 13\,\mathrm{km/h},$$

$$v_3 = \frac{s}{t_3} = \frac{50\,\mathrm{km}}{7{,}5\,\mathrm{h}} \doteq 6{,}666\,7\,\mathrm{km/h} \doteq 6{,}7\,\mathrm{km/h}.$$

3 body

b) Graf je na obr. 2. Závodníci se pohybovali největší rychlostí v posledním úseku, který vede většinou z kopce bez prudších stoupání. **3 body**



Obr. 2: Graf pohybu závodníků Jizerské padesátky

c) Nejmenší práce vykonaná lyžařem odpovídá změně polohové energie při stoupání lyžaře

$$W = \Delta E_\mathrm{p} = mgh = 80\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} \cdot 937\,\mathrm{m} = 749\,600\,\mathrm{J} \doteq 750\,\mathrm{kJ}. \qquad \textbf{2 body}$$

d) Využitelná energie v jedné tatrance je

$$E_1 = \frac{33\,\mathrm{g}}{100\,\mathrm{g}} \cdot 2\,218\,\mathrm{kJ} \doteq 731{,}92\,\mathrm{kJ} \doteq 730\,\mathrm{kJ}.$$

Porovnáním s výsledkem bodu c), popřípadě podělením

$$n = \frac{W}{E_1} = \frac{749{,}6\,\mathrm{kJ}}{731{,}92\,\mathrm{kJ}} \doteq 1$$

zjišťujeme, že k pokrytí energetické spotřeby na stoupání by téměř stačila jedna tatranka. **2 body**

Dodejme, že celková energetická spotřeba závodníka je samozřejmě větší než vypočtená práce odpovídající změně polohové energie při stoupání. Pro výpočet byly použity údaje lískooříškových tatranek slovenského výrobce SEDITA Sereď, nikoli tatranek Opavia, jejichž hmotnost i výživná energetická hodnota jsou vyšší.

FO58F2–4: Kolona automobilů

a) Délka kolony L_1 je tvořena n vozidly o délce l_1 a $n-1$ mezerami o délce s, tj.

$$L_1 = nl_1 + (n-1)\,s = 10 \cdot 5\,\mathrm{m} + (10-1) \cdot 25\,\mathrm{m} = 275\,\mathrm{m}. \qquad \textbf{2 body}$$

b) Kolem dopravní značky projede kolona rychlostí $v = 54\,\mathrm{km/h} = 15\,\mathrm{m/s}$ za dobu

$$t_1 = \frac{L_1}{v_1} = \frac{275\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} \doteq 18{,}333\,\mathrm{s} \doteq 18\,\mathrm{s}. \qquad \textbf{2 body}$$

c) Při předjíždění ujedeme rychlostí $v_1 = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$ za čas t_2 vzdálenost rovnou délce kolony L_1 zvětšenou o odstupy při předjíždění $d_1 = 20\,\mathrm{m}$, $s_1 = 25\,\mathrm{m}$

a vzdálenost, kterou ujede kolona vt_2. Platí

$$v_1 t_2 = L_1 + d_1 + s_1 + vt_2.$$

Odtud

$$t_2 = \frac{L_1 + d_1 + s_1}{v_1 - v} = \frac{275\,\mathrm{m} + 20\,\mathrm{m} + 25\,\mathrm{m}}{25\,\mathrm{m/s} - 15\,\mathrm{m/s}} = 32\,\mathrm{s}.$$

3 body

d) Díky reakční době $t = 1{,}5\,\mathrm{s}$ se mezery mezi vozy kolony zkrátí o vzdálenost vt, oproti části a) se délka kolony změní na

$$L_2 = nl_1 + (n-1)\,(s - vt) = 10 \cdot 5\,\mathrm{m} + (10-1) \cdot (25\,\mathrm{m} - 15\,\mathrm{m/s} \cdot 1{,}5\,\mathrm{s}) = 72{,}5\,\mathrm{m} \doteq 73\,\mathrm{m}.$$

3 body

Poznámka: Pro ulehčení numerických výpočtů byla v zadání pro všechny úlohy doporučena hodnota tíhového zrychlení $g = 10\,\mathrm{N/kg}$. Při zaokrouhlování výsledků na 2 platné číslice, což odpovídá přesnosti hodnot zadaných veličin, by bylo vhodnější dosazovat hodnotu $9{,}8\,\mathrm{N/kg}$.

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem.