

Řešení praktické úlohy FO

Vzhledem k tomu, že tato praktická úloha dává studentům poměrně velkou volnost ve zpracování, je její hodnocení rozděleno do několika oblastí:

1. Student správně pochopil, že pro určení relativní permitivity dielektrika je v tomto případě nutné dielektrickou destičku opatřit polepy z hliníkové fólie a tím z ní **vyrobit kondenzátor**. Kapacita deskového kondenzátoru je popsána základním vztahem:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_R \cdot \frac{S}{d}, \quad (1)$$

kde ε_0 je permitivita vakua, ε_R je relativní permitivita dielektrika, S je plocha elektrod a d je vzdálenost mezi nimi.

Vzdálenost d mezi elektrodami odpovídá tloušťce dielektrické destičky – student **změří** pomocí posuvného měřítka a určí **$d = 3,8 \text{ mm}$** . **2 body**

V této fázi by student také měl určit, že bude pracovat de facto s dvojicí kondenzátorů s různým dielektrikem (vzduch a plast). Tato **dvojice kondenzátorů** je zapojena **paralelně**.

První kondenzátor – s plastovým dielektrikem - má kapacitu, kterou označme C_D . Plochu polepů určí student změřením rozměrů hliníkové fólie (rozměr strany čtverce a , příp. rozměr stran obdélníka a a b), kterou si vystříhl a elementárním výpočtem. Od této plochy ale musí ještě odečíst plochu kruhových otvorů, kterých je $N = 15$. Tuto plochu určí změřením průměru otvorů $D = 10 \text{ mm}$ a opět elementárním výpočtem plochy kruhu. Tedy dostane vztah (předpokládáme čtvercový polep):

$$C_D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_R \cdot \frac{a^2 - N \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}}{d}. \quad (2)$$

Druhý kondenzátor – se vzduchovým dielektrikem – má kapacitu, kterou označme C_V . Ta je dána následujícím vztahem (pro relativní permitivitu vzduchu bereme $\varepsilon_R=1$):

$$C_V = \varepsilon_0 \cdot \frac{N \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}}{d}. \quad (3)$$

2. Student si musí uvědomit, že nemá přímou metodu, jak tyto kapacity určit. Musí je určit **nepřímo užitím vztahu pro rezonanční frekvenci f_R paralelního LC obvodu**, která závisí na kapacitě C a indukčnosti L takto:

$$f_R = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad (4)$$

Student musí tedy sestavit rezonanční obvod a pomocí osciloskopu a funkčního generátoru nalézt jeho rezonanční frekvenci. Tedy frekvenci, pro kterou je amplituda napětí na obvodu maximální. Nejprve je dle zadání potřeba určit „parazitní“ kapacitu přívodů k osciloskopu. Student tedy musí změřit celkem dvě rezonanční křivky a frekvence. První rezonanční frekvence f_{R1} určí tak, že zapojí pouze k samotným přívodům paralelně cívku o známé indukčnosti L a z ní určí kapacitu přívodů C_P :

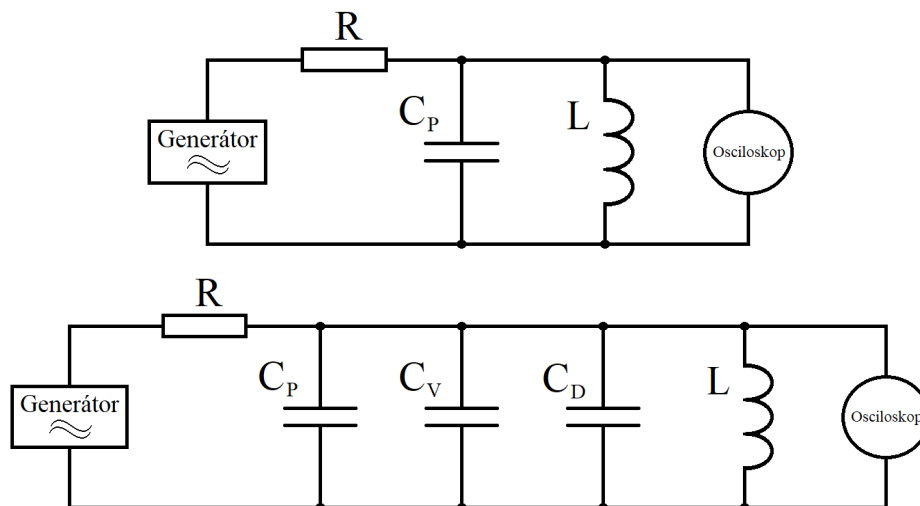
$$C_P = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot f_{R1}^2} \quad (5)$$

V dalším kroku poté připojí k cívce paralelně svůj vyrobený kondenzátor a určí z rezonanční frekvence f_{R2} celkovou kapacitu obvodu C , který je tvořen trojicí paralelně zapojených kondenzátorů, viz obr. 1.

$$C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot f_{R2}^2} \quad (6)$$

6 bodů

3. Celkové schéma obvodu:



Obr. 1: Schémata obvodů, kde C_P je kapacita přívodů, C_V je kapacita kondenzátoru se vzduchovým dielektrikem a C_D je kapacita kondenzátoru s plastovým dielektrikem.

2 body

4. Sestrojení grafů závislosti napětí na frekvenci pro případ cívka – osciloskop a pro případ cívka, osciloskop a kondenzátor.

4 body

5. Analýzou obvodu, který student zapojil (obr. 1) s využitím znalosti o paralelním zapojení kondenzátorů dostaneme vztah pro celkovou kapacitu C :

$$C = C_P + C_V + C_D. \quad (7)$$

Z ní poté určíme kapacitu kondenzátoru s plastovým dielektrikem:

$$C_D = C - C_P - C_V. \quad (8)$$

Kombinací vzorců (2), (3) a (8) dostáváme výsledný vzorec pro relativní permitivitu ϵ_R dielektrické plastové destičky:

$$\epsilon_R = \frac{(C - C_P - C_V) \cdot d}{\epsilon_0 \cdot \left(a^2 - \frac{N \cdot \pi \cdot D^2}{4} \right)} \quad (9)$$

Dosazením naměřených hodnot a konstanty $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ získají také **číselně výslednou hodnotu ϵ_R** .

4 body

6. Jako poslední bod musí také **diskutovat zdroje chyb** v měření a celkové konstrukci.

2 body

Pozn. Konkrétní naměřené hodnoty se mohou u jednotlivých studentů výrazně lišit. Důvodů je několik:

- 1) Kapacita samozřejmě závisí na tom, jak velké polepy student vyrobí. Pokud ale správně změří jejich rozměr (strana čtverce a , příp. strany obdélníka a a b) a dále s ním počítá (včetně pokrytí x nepokrytí děr), je tato volba rozměru zcela na něm.
- 2) Od této hodnoty se odvíjí pochopitelně také naměřená rezonanční frekvence f_{R2} .

- 3) Naopak f_{R1} , která závisí na kapacitě samotného přívodního vodiče k osciloskopu, by měla studentům vycházet podobně (POZOR – přívody nemusí být identické! Takže tento bod nutno brát s rezervou).
- 4) A také kapacita kondenzátoru se vzduchovým dielektrikem, která se určí výpočtem, musí vycházet pro $N = 15$ všem stejná: $C_V \cong 3$ pF.

Při ověřovacím měření, které provedl autor úlohy, vycházely následující hodnoty:

- Ze zadání plyne: $L = 2,2$ mH.
- Veličiny, které student sám změří: počet děr $N = 15$, průměr díry $D = 10$ mm, tloušťka dielektrické destičky $d = 3,8$ mm.
- Z těchto hodnot přímým výpočtem $C_V \cong 3$ pF.
- Polep zvolen čtvercový o délce strany $a = 10$ cm.
- Rezonanční frekvence LC obvodu bez připojeného měřeného kondenzátoru, tj. pouze s kapacitou přívodů $f_{R1} = 285$ kHz. Z toho plyne výpočtem $C_P \cong 142$ pF.
- Rezonanční frekvence s připojeným měřeným kondenzátorem $f_{R2} = 227$ kHz. Z toho vypočteme $C \cong 222$ pF.
- Z těchto hodnot již **můžeme určit $\epsilon_R \cong 3,3$** .