Úlohy 1. kola 59. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Plavci v řece

Adam a Zbyněk se na břehu řeky šířky $d = 130$ m domluvili, že jejich společný cíl je nejbližší místo na protějším břehu a že poplavou svojí stejnou obvyklou rychlostí, jak ji mají natrénovanou ve sportovním oddíle. Adam plaval kolmo ke směru toku řeky, doplaval ke břehu za čas $t_1 = 1$ min 32 s, proud ho však současně unesl do vzdálenosti $l = 80$ m od plánovaného cíle, do kterého poté doplaval podél břehu proti proudu řeky. Zbyněk se dostal do cíle přímo.

a) Pod jakým úhlem α vzhledem ke spojnici start cíl plaval Zbyněk?
b) Určete celkovou dobu t_A plavby Adama a dobu t_Z plavby Zbyňka.
c) Proveďte diskuzi o řešitelnosti úlohy v závislosti na vztahu mezi d a l.

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

2. Míček a diabolka

Měkčený míček o hmotnosti $m_1 = 19$ g padal volným pádem, když jej po uražené dráze $h = 70$ cm zasáhla diabolka o hmotnosti $m_0 = 0{,}54$ g letící rychlostí o velikosti $v_0 = 170 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vystřelená ze vzduchovky. Po zásahu diabolka v míčku uvázla v ose procházející středem míčku.

a) Určete velikost a směr rychlosti $\boldsymbol{u}$ míčku bezprostředně po zásahu, jestliže diabolka přiletěla ve svislém směru odspoda.
b) Určete velikost a směr rychlosti $\boldsymbol{w}$ míčku bezprostředně po zásahu, jestliže diabolka přiletěla z vodorovného směru.

Počítejte s hodnotou tíhového zrychlení $g = 9{,}81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. Dva kvádry

Dva homogenní kvádry mají shodnou hustotu, délku a šířku. Výška prvního kvádru je h_1, výška druhého h_2, přičemž $h_1 < h_2$. První kvádr má hmotnost m_1. Kvádry položíme na sebe, nižší na vyšší. Součinitel smykového tření mezi kvádry je f. Působíme-li na horní kvádr postupně rostoucí vodorovnou silou, začne v jednom okamžiku klouzat horní kvádr po spodním a spodní zůstane v klidu. Nyní vyměníme pořadí kvádrů, vyšší položíme na nižší. Působíme-li tentokrát na horní kvádr postupně rostoucí vodorovnou silou, začne v jednom okamžiku klouzat celá soustava obou kvádrů po podložce.

a) Určete hmotnost m_2 druhého kvádru.
b) Určete možné hodnoty součinitele f' smykového tření mezi kvádrem a podložkou.
c) Určete maximální velikost zrychlení, s nímž se může dolní kvádr po podložce pohybovat, aby se horní kvádr po něm nesmýkal.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $h_1 = 6{,}0$ cm, $h_2 = 8{,}0$ cm, $m_1 = 570$ g, $f = 0{,}35$.

4. Tři řetězy

Tři řetězy jsou vyrobeny ze shodných článků. První má délku $l_1 = 80$ cm a hmotnost $m_1 = 0{,}60$ kg, druhý má délku $l_2 = 140$ cm, hmotnost třetího je $m_3 = 1{,}95$ kg. Každý řetěz postupně uchopíme za krajní článek a vytáhneme do výšky $h_0 = 2{,}00$ m, kde jej zavěsíme.

a) Určete hmotnost m_2 druhého řetězu a délku l_3 třetího řetězu.

b) Sestrojte graf závislosti velikosti síly potřebné ke zdvíhání na okamžité výšce horního konce řetězu.

c) Vypočtěte obsah plochy pod každým grafem a určete fyzikální význam tohoto obsahu.

d) Každý řetěz uvolníme a necháme padat. Určete velikost rychlosti dopadu horního konce každého řetězu.

Úlohy a) a d) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Tření mezi články řetězů a tření mezi řetězy a podložkou jsou zanedbatelná, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

5. Rozjezd automobilu

Automobil o hmotnosti $m = 1\,400$ kg se pohybuje po vodorovné silnici s konstantním výkonem tahové síly $P_0 = 22$ kW rychlostí o velikosti $v_0 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Přitom proti pohybu působí síla valivého odporu o stálé velikosti $F_v = 280$ N a síla odporu vzduchu, jejíž velikost je přímo úměrná druhé mocnině velikosti rychlosti $F_o = kv^2$, kde k je konstanta. Počítejte s hodnotou tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

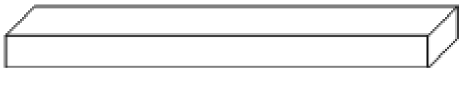
a) Určete obecně i číselně konstantu k.

b) Automobil jede do kopce se stoupáním $\dfrac{h}{s} = 0{,}087$, kde h je výška a s je dráha. Sestrojte graf závislosti potřebného okamžitého výkonu na okamžité rychlosti při rovnoměrném pohybu do kopce v intervalu $\langle 0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}; 120\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} \rangle$. V grafu ponechte jednotku rychlosti $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Do obrázku přidejte graf téže závislosti při zanedbání odporu vzduchu a graf téže závislosti při zanedbání obou odporových sil.

c) Z grafu určete velikost maximální rychlosti $v_{\max}$, s níž se může automobil do uvedeného kopce rovnoměrně pohybovat, jestliže maximální možný výkon jeho tahové síly je $P_{\max} = 66$ kW.

6. Stavba šikmé věže z kvádrů

Ze shodných homogenních kvádrů postavíme extrémní šikmou věž podle daných pravidel. Kvádry v poloze naležato klademe na vodorovnou rovinu na sebe tak, aby v každé vrstvě byl právě jeden kvádr a jejich vzájemné posunutí bylo pouze v podélném směru. Vhodný kvádr má nejdelší hranu mnohem delší než nejkratší hranu (obr. 1):



Obr. 1

Obr. 2

Pomůcky: Shodné homogenní kvádry, olovnice, délkové měřidlo.

Úkoly:

a) Položte na sebe dva kvádry a vysuňte každý z nich přes hranu stolu tak, aby horní kvádr co nejvíce přesahoval přes hranu stolu. Změřte a teoreticky zdůvodněte maximální délku přesahu horního kvádru přes hranu stolu tak, aby se stavba ještě nezvrátila. Délku přesahu vyjádřete zlomkem jako násobek délky l jednoho kvádru.

b) Podle předchozího vzoru sestavte z minimálního počtu kvádrů šikmou věž tak, aby horní kvádr přesahoval přes hranu stolu aspoň o svoji vlastní délku l. Kolik kvádrů jste použili?

c) Vypočtěte pro použitý počet kvádrů teoreticky maximální přesah, výsledek vyjádřete zlomkem jako násobek délky l jednoho kvádru.

7. Setkání automobilů

Automobil jedoucí rychlostí o velikosti $21{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ začne v nulovém čase brzdit a zastavuje s konstantním zrychlením o velikosti $1{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. V nulovém čase v protisměru ve vzdálenosti 150 m stojí druhý automobil a v čase 3,0 s se začíná rozjíždět se stálým zrychlením o velikosti $2{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

a) Sestrojte graf závislosti souřadnice x polohy každého automobilu na čase na časovém intervalu 0 s až 15 s. Kladný směr osy x přiřaďte směru pohybu prvního automobilu. Potřebné výpočty proveďte po časovém intervalu 1 s a časy společně se souřadnicemi každého automobilu zapište do vhodné tabulky.

b) Z grafu zjistěte čas t_s a souřadnici x_s setkání obou automobilů.

c) Ke každému grafu sestrojte co nejpřesněji tečnu v bodě, který odpovídá setkání automobilů. U každé tečny určete její směrnici (tj. poměr změny souřadnice Δx a odpovídající změny času Δt), která udává souřadnici okamžité rychlosti v okamžiku setkání.

d) Pomocí vzorců pro velikost rychlosti rovnoměrně zrychleného a rovnoměrně zpomaleného pohybu ověřte správnost výsledků c).