Řešení úloh okresního kola 59. ročníku Fyzikální olympiády

Kategorie E

Autor úloh: J. Thomas (2–4) a B. Vlach (1)

FO59E2–1: Povoz s kládou

a) Pro výpočet vyjádříme rychlost turisty v metrech za sekundu $v = 4/3{,}6\,\mathrm{m/s} \doteq 1{,}111\,1\,\mathrm{m/s}$. Pro časy chůze turisty proti pohybu klády a ve směru pohybu klády získáváme

$$t_1 = n_1\frac{k}{v} = 16\cdot\frac{0{,}75\,\mathrm{m}}{1{,}111\,1\,\mathrm{m/s}} \doteq 10{,}8\,\mathrm{s} \doteq 11\,\mathrm{s},$$

$$t_2 = n_2\frac{k}{v} = 112\cdot\frac{0{,}75\,\mathrm{m}}{1{,}111\,1\,\mathrm{m/s}} \doteq 75{,}6\,\mathrm{s} \doteq 76\,\mathrm{s}.$$

3 body

b) Protože pro délku klády d platí

$$d = (v + v_1)\,t_1 = (v - v_1)\,t_2 \tag{1}$$

a také $t_1 = n_1k/v$, $t_2 = n_2k/v$, můžeme psát

$$(v + v_1)\,n_1\frac{k}{v} = (v - v_1)\,n_2\frac{k}{v}.$$

Odtud vyjádříme

$$v_1 = v\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = v\frac{112 - 16}{112 + 16} = \frac{3}{4}v = 3{,}0\,\mathrm{km/h}.$$

4 body

c) Pro vzdálenost d nyní použijeme jeden ze vztahů v rovnici 1, např.

$$d = (v + v_1)\,t_1 = \left(v + v\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)n_1\frac{k}{v} = \frac{2kn_1n_2}{n_2 + n_1} = 2k\,\frac{16\cdot 112}{16 + 112} = 28k = 28\cdot 0{,}75\,\mathrm{m} = 21\,\mathrm{m}.$$

3 body

FO59E2–2: Vaření brambor

a) Na ohřátí obsahu hrnce je potřeba dodat teplo

$$Q = mc\Delta t = 1{,}5\,\mathrm{kg}\cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot{}^\circ C)}\cdot(100\,{}^\circ\mathrm{C} - 20\,{}^\circ\mathrm{C}) = 504\,000\,\mathrm{J} \doteq 500\,\mathrm{kJ}.$$

2 body

b) Plyn dodá teplo $Q_1 = HV = 0{,}054\,\mathrm{m^3}\cdot 40\,\mathrm{MJ} = 2{,}16\,\mathrm{MJ} = 2\,160\,000\,\mathrm{J}$. Účinnost vaření bude

$$\eta = \frac{Q}{Q_1} = \frac{504\,000\,\mathrm{J}}{2\,160\,000\,\mathrm{J}} \doteq 0{,}233\,33 \doteq 23\,\%.$$

2 body

c) Z grafu vidíme, že teplota stoupla z 20 °C na 100 °C za dobu $\tau = 5\,\mathrm{min}$, každou minutu stoupne teplota o $\Delta t_1 = 80\,°\mathrm{C}/5 = 16\,°\mathrm{C}$. Zahřátí z teploty 44 °C na teplotu 100 °C, tj. o $\Delta t_2 = 56\,°\mathrm{C}$ bude trvat čas

$$\tau_1 = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \cdot 1\,\mathrm{min} = \frac{56\,°\mathrm{C}}{16\,°\mathrm{C}} \cdot 1\,\mathrm{min} = 3{,}5\,\mathrm{min},$$

tj. o 1,5 minuty kratší dobu. Spotřebujeme objem plynu

$$V_1 = V\frac{\tau_1}{\tau} = 0{,}054\,\mathrm{m}^3 \cdot \frac{3{,}5\,\mathrm{min}}{5\,\mathrm{min}} = 0{,}037\,8\,\mathrm{m}^3.$$

Ušetříme tedy $V_2 = V - V_1 = 0{,}054\,\mathrm{m}^3 - 0{,}037\,8\,\mathrm{m}^3 = 0{,}016\,2\,\mathrm{m}^3 \doteq 16\,\mathrm{l}$ plynu. **2 body**

Poznámka: Část c) je možné řešit např. i následujícím způsobem. Určíme teplo Q_2 potřebné na ohřátí obsahu hrnce z teploty 44 °C na 100 °C, tj. o $\Delta t_2 = 56\,°\mathrm{C}$

$$Q_2 = mc\Delta t_2 = 1{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg \cdot °C)} \cdot 56\,°\mathrm{C} = 352\,800\,\mathrm{J}.$$

Při účinnosti vařiče $\eta = 23{,}333\,\% = 0{,}233\,33$ určíme potřebnou energii

$$E = \frac{Q_2}{\eta} = \frac{352\,800\,\mathrm{J}}{0{,}233\,33} \doteq 1{,}512\,0\,\mathrm{MJ}.$$

Z výhřevnosti plynu vypočítáme potřebný objem plynu

$$V_1 = \frac{E}{H} = \frac{1{,}512\,0\,\mathrm{J}}{40\,\mathrm{MJ/m^3}} \doteq 0{,}037\,801\,\mathrm{m}^3 \doteq 0{,}038\,\mathrm{m}^3.$$

Ušetřený objem opět vychází $V_2 = V - V_1 = 0{,}054\,\mathrm{m}^3 - 0{,}038\,\mathrm{m}^3 = 0{,}016\,\mathrm{m}^3$.

d) Z objemu $V_2 = 0{,}016\,2\,\mathrm{m}^3$ plynu můžeme spálením získat energii $E = V_2 H$. Lumidka o příkonu P_0 by tak mohla svítit po dobu

$$\tau_2 = \frac{E}{P_0} = \frac{V_2 H}{P_0} = \frac{0{,}016\,2\,\mathrm{m}^3 \cdot 40\,000\,000\,\mathrm{J}}{12\,\mathrm{W}} = 54\,000\,\mathrm{s} = 15\,\mathrm{h}.$$ **2 body**

e) Po uvedení vody do varu stačí jen udržovat teplotu na 100 °C. Energie dodaná navíc se neužitečně spotřebuje na vypařování vody (a na ztráty tepla do okolí). Protože je teplota páry pod pokličkou hrnce také 100 °C, není třeba, aby brambory byly zcela potopeny pod vodou. **2 body**

FO59E2–3: Měření odporu

a) Protože v zapojení 1 ukazuje voltmetr součet napětí na ampérmetru a rezistoru, musí k zapojení 1 patřit dvojice hodnot s vyšším napětím, tedy druhá dvojice 230 V a 210 mA. Napětí v druhé dvojici hodnot (v zapojení 1) je také napětím zdroje, napětí zdroje je tedy 230 V. **2 body**

b) Označme hodnoty napětí a proudu podle přiřazeného zapojení $U_1 = 230\,\mathrm{V}$, $I_1 = 210\,\mathrm{mA} = 0{,}21\,\mathrm{A}$, $U_2 = 208\,\mathrm{V}$ a $I_2 = 220\,\mathrm{mA} = 0{,}22\,\mathrm{A}$. V zapojení 2 protéká ampérmetrem proud I_2, pro odpor ampérmetru platí

$$R_\mathrm{A} = \frac{U_1 - U_2}{I_2} = \frac{230\,\mathrm{V} - 208\,\mathrm{V}}{0{,}22\,\mathrm{A}} = 100\,\Omega.$$ **2 body**

V zapojení 1 bude napětí na ampérmetru

$$U_\mathrm{A} = R_\mathrm{A} I_1 = 100\,\Omega \cdot 0{,}21\,\mathrm{A} = 21\,\mathrm{V},$$

na odporu R pak $U_R = U_1 - U_\mathrm{A} = 230\,\mathrm{V} - 21\,\mathrm{V} = 209\,\mathrm{V}$ a protéká jím proud I_1. Pro odpor R tak dostáváme

$$R = \frac{U_R}{I_1} = \frac{209\,\mathrm{V}}{0{,}21\,\mathrm{A}} \doteq 995{,}24\,\Omega \doteq 995\,\Omega.$$ **2 body**

V zapojení 2 pak pro proud procházející rezistorem platí

$$I_R = \frac{U_2}{R} = \frac{U_2}{U_R} I_1 = \frac{208\,\mathrm{V}}{209\,\mathrm{V}} \cdot 0{,}21\,\mathrm{A} \doteq 0{,}209\,00\,\mathrm{A} \doteq 0{,}209\,\mathrm{A},$$

odpor voltmetru pak vychází

$$R_\mathrm{V} = \frac{U_2}{I_2 - I_R} = \frac{208\,\mathrm{V}}{0{,}22\,\mathrm{A} - 0{,}209\,\mathrm{A}} \doteq 18\,900\,\Omega.$$ **2 body**

c) V zapojení 1 vychází pro odpor rezistoru

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{230\,\mathrm{V}}{0{,}21\,\mathrm{A}} \doteq 1\,095{,}2\,\Omega \doteq 1\,100\,\Omega,$$

v zapojení 2

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{208\,\mathrm{V}}{0{,}22\,\mathrm{A}} \doteq 945{,}45\,\Omega \doteq 945\,\Omega.$$

Zapojení 2 je tedy přesnější; používá se pro rezistory s malým odporem (mnohem menším než odpor voltmetru), zatímco zapojení 1 pro rezistory s velkým odporem. **2 body**

FO59E2–4: Injekční stříkačka

a) Objemy vyjádříme v cm^3 jako $V_1 = 3{,}00\,\mathrm{cm}^3$ a $V_2 = 5{,}00\,\mathrm{cm}^3$.V prvním případě platí

$$m_1 = m + \varrho V_1,$$

ve druhém případě podobně

$$m_2 = m + \varrho V_2.$$

Odečtením rovnic získáme

$$m_2 - m_1 = \varrho\,(V_2 - V_1)\,;$$
$$\varrho = \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1} = \frac{17{,}0\,\mathrm{g} - 14{,}4\,\mathrm{g}}{5{,}00\,\mathrm{cm}^3 - 3{,}00\,\mathrm{cm}^3} = 1{,}3\,\mathrm{g/cm}^3 = 1\,300\,\mathrm{kg/m}^3.$$

2 body

b) Z první rovnice vyjádříme

$$m = m_1 - \varrho V_1 = m_1 - \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1}V_1 = \frac{m_1 V_2 - m_2 V_1}{V_2 - V_1} =$$
$$= \frac{14{,}4\,\mathrm{g}\cdot 5{,}00\,\mathrm{cm}^3 - 17{,}0\,\mathrm{g}\cdot 3{,}00\,\mathrm{cm}^3}{5{,}00\,\mathrm{cm}^3 - 3{,}00\,\mathrm{cm}^3} = 10{,}5\,\mathrm{g}.$$

2 body

c) Za dobu t se píst posune rychlostí v o vzdálenost $d = vt$, což je délka sloupce léku ve stříkačce. Objem léku je tedy $V_2 = S_1 d = S_1 vt$, proto

$$v = \frac{V_2}{S_1 t} = \frac{5{,}00\,\mathrm{cm}^3}{1{,}50\,\mathrm{cm}^2\cdot 5{,}00\,\mathrm{s}} = \frac{2}{3}\mathrm{cm/s} \doteq 0{,}667\,\mathrm{cm/s}.$$ **2 body**

Průřez jehly $S_2 = S_1/n^2$. Tímto průřezem musí za stejnou dobu protéci rychlostí u stejný objem léku. Dostáváme tedy

$$V_2 = S_2 ut = \frac{S_1}{n^2}ut.$$

Odtud

$$u = \frac{V_2 n^2}{S_1 t} = n^2 v = \frac{5{,}00\,\mathrm{cm}^3\cdot 25^2}{1{,}50\,\mathrm{cm}^2\cdot 5{,}00\,\mathrm{s}} \doteq 416{,}67\,\mathrm{cm/s} \doteq 4{,}17\,\mathrm{m/s}.$$ **2 body**

d) Lékař musí působit silou

$$F = pS_1 = 18\,700\,\mathrm{Pa}\cdot 0{,}000\,15\,\mathrm{m}^2 = 2{,}805\,\mathrm{N} \doteq 2{,}81\,\mathrm{N}.$$ **2 body**

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Dagmar Kaštilová, Michaela Křížová, Miroslava Maňásková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem.