

Za řešení úloh v okresním kole může řešitel získat celkem 40 bodů, přičemž úspěšným řešitelem se stává ten soutěžící, který bude hodnocen alespoň ve dvou úlohách nejméně 5 body a v celkovém hodnocení získá alespoň 14 bodů. Úlohy řešte v klidu, v pořadí, které vám vyhovuje; na jejich vyřešení máte celkem 4 hodiny. Řešení pište čitelně a tak, aby bylo jasné, jak jste postupovali. Nezapomeňte, že nestačí napsat výsledek, ale je důležité srozumitelně popsat, jak jste k výsledku došli.

Ve všech úlohách uvažujte hodnotu tíhového zrychlení $g = 9,8 \text{ N/kg} = 9,8 \text{ m/s}^2$.

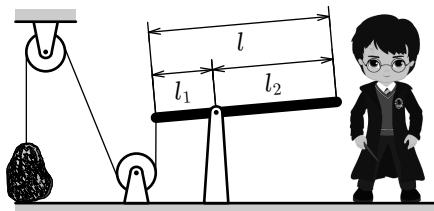
FO59F2–1: Abertamy – Karlovy Vary

Honza chce jet z Abertam do Karlových Varů. Ve všední den může jet autobusem přes Merklín, který jede přesně 1 hodinu a ujede přitom 26 km; v neděli může jet autobusem přes Ostrov, který jede rovněž 1 hodinu, ale urazí přitom 32 km. Když zmešká první autobus, musí jít 2,5 km pěšky do Perninku na vlak, který odjíždí za 20 minut a který jede průměrnou rychlostí 40 km/h a doba jízdy je 55 minut. Když zmešká nedělní autobus, musí jít pěšky 10 km až do Merklína. Protože je to s kopce, jde rychlostí 8,0 km/h. Lokálka z Merklína odjíždí v 16:17 h a v Karlových Varech je v 16:42 h. Úsek trati Merklín – Karlovy Vary měří 14 km. Určete:

- průměrné rychlosti všedního i nedělního autobusu v km/h i v m/s;
- nejmenší průměrnou rychlost Honzy v km/h i v m/s, chce-li stihnout vlak v Perninku;
- jak dlouho trvá Honzovi cesta do Merklína;
- délku vlakové trati z Perninku do Karlových Varů;
- průměrnou rychlost lokálky Merklín – Karlovy Vary v km/h i v m/s.

FO59F2–2: Vrátka v Bradavicích

Zadní vrátka v Bradavicích jsou jištěna žulovým kamenem o objemu $V = 72$ litrů. K otevření vrátek se používá pákový mechanismus znázorněný na obr. 1, kde délka kratšího úseku měří $l_1 = 30$ cm. Hustota bradavické žuly je asi $\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$.



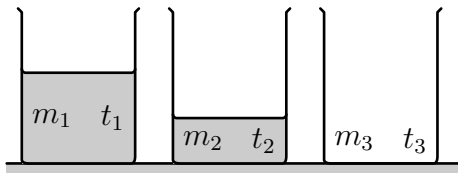
Obr. 1: Pákový mechanismus v úloze 2

- Jaká je hmotnost kamene m_1 ?

- b) Jaká je nejmenší délka ramene l_2 a nejmenší celková délka páky l , jestliže kámen může zvednout i Harry Potter o hmotnosti $m_2 = 60$ kg, pokud se posadí na delší konec? Hmotnost samotné páky a tření lana o kladky zanedbejte.
- c) Po nějakém čase se prkno sloužící jako páka zlomilo a Hagrid sehnal na opravu nové o délce $l' = 165$ cm. Jaká pak bude délka úseků l'_1 a l'_2 , aby mechanismus fungoval stejně jako před zlomením původního prkna? Uvažte, že pro rozdělení ve správném poměru může být vhodné prkno o 5 cm–10 cm zkrátit tak, aby délky úseků l'_1 a l'_2 vycházely v celých centimetrech, neboť humpolácký Hagrid neumí měřit přesněji.

FO59F2–3: Tři nádoby

Veronika našla v laboratoři tři stejné kovové nádoby. V první byla kapalina o hmotnosti m_1 a teplotě $t_1 = 50$ °C, ve druhé byla stejná kapalina o hmotnosti $m_2 = m_1/2$ a teplotě $t_2 = 30$ °C; třetí nádoba byla prázdná, její teplota byla $t_3 = 20$ °C. Hmotnost každé nádoby byla $m_2 = m_1/2$, měrná tepelná kapacita materiálu nádob byla 5krát menší, než měrná tepelná kapacita kapaliny (viz obr. 2).



Obr. 2: Tři nádoby v úloze 3

- a) Jaká bude výsledná teplota kapaliny, nalije-li Veronika obsah druhé nádoby do první nádoby?
- b) Jaká bude výsledná teplota, přelije-li nyní obsah první nádoby do třetí, prázdné nádoby?

Ztráty tepla do okolí zanedbejte.

FO59F2–4: Dvě pružiny

Máme dvě pružiny. První má hmotnost $m_1 = 25$ g a volně zavěšená délku $l_1 = 20$ cm; k jejímu prodloužení o 1,0 cm na ni musíme zavěsit závaží $m'_1 = 15$ g. Druhá má hmotnost $m_2 = 20$ g a volně zavěšená délku $l_2 = 35$ cm; k jejímu prodloužení o 1,0 cm na ni musíme zavěsit závaží $m'_2 = 8,0$ g. Pružiny můžeme zavěšovat horním koncem na háček na stojanu a na spodní konec pružiny můžeme zavěšovat různá závaží.

- a) Jaká bude délka první pružiny, když na ni zavěsíme závaží $m = 100$ g?
- b) Jaká bude délka druhé pružiny, když na ni zavěsíme stejné závaží?
- c) Jaká bude celková délka obou pružin, zavěsíme-li pod první pružinu druhou pružinu a na ni závaží 100 g? Změní se celková délka obou pružin, zaměníme-li jejich pořadí? Svou odpověď doložte výpočtem.