

## Řešení úloh 1. kola 60. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

Úlohy navrhli: J. Jírů (1, 2, 3), J. Thomas (4, 5) a V. Vícha (6, 7)

1.a) Podle kosinové věty platí

$$F_G^2 = F_g^2 + F_s^2 - 2F_g F_s \cos \varphi,$$

kde  $F_s = F_{s0} \cos \varphi = kF_g \cos \varphi$ . Po dosazení a úpravě dostaneme

$$F_G = F_g \sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi}.$$

**1 bod**

Funkce je na svém definičním oboru  $\varphi \in \langle 0; 90^\circ \rangle$  rostoucí, neboť výraz  $k(2 - k)$  představuje kladnou konstantu a funkce  $\cos^2 \varphi$  je klesající. Proto minimum nastane pro  $\varphi = 0^\circ$  na rovníku

$$F_{G \min} = F_g \sqrt{1 - k(2 - k)}.$$

a maximum na pólu  $F_{G \max} = F_g$ . Pro  $k = \frac{1}{3}$  dostaneme

$$F_G = F_g \sqrt{1 - \frac{5}{9} \cos^2 \varphi} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_{G \min} = \frac{2}{3} F_g, \\ F_{G \max} = F_g. \end{array} \right.$$

Pro  $k = \frac{1}{3}$  dostaneme  $\sin \alpha = \frac{\sin 2\varphi}{6\sqrt{1 - \frac{5}{9} \cos^2 \varphi}}$ .

**2 body**

b) Podle sinové věty platí

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{F_s}{F_G} = \frac{kF_g \cos \varphi}{F_g \sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi}} = \frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi}},$$

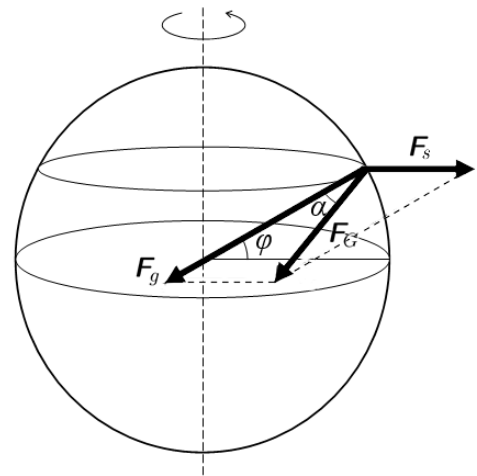
neboli

$$\sin \alpha = \frac{k \cos \varphi \sin \varphi}{\sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi}} = \frac{k \sin 2\varphi}{2\sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi}}.$$

**1 bod**

c) Podle fyzikální úvahy jsou na rovníku i na pólech směry tíhové a gravitační síly totožné, tedy úhel  $\alpha$  mezi nimi je nulový. Maximální hodnotu budeme hledat mezi těmito krajními polohami, a to pomocí derivace:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi} \sin \alpha &= \frac{d}{d\varphi} \frac{k \sin 2\varphi}{2\sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi}} = \\ &= \frac{k}{2} \cdot \frac{2 \cos 2\varphi \cdot \sqrt{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi} - \sin 2\varphi \cdot \frac{1}{2} (1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2)k(2 - k) \cos \varphi (-\sin \varphi)}{1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi} = \\ &= \frac{k}{2} \cdot \frac{2 \cos 2\varphi \cdot (1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi) - \sin 2\varphi \cdot k(2 - k) \cos \varphi \sin \varphi}{(1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{k}{2} \cdot \frac{2(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \cdot (1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi) - 2\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \cdot k(2 - k)}{(1 - k(2 - k) \cos^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} = \end{aligned}$$



Obr. R1

$$\begin{aligned}
&= k \cdot \frac{\cos^2\varphi - k(2-k)\cos^4\varphi - \sin^2\varphi + k(2-k)\sin^2\varphi\cos^2\varphi - k(2-k)\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(1-k(2-k)\cos^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = \\
&= k \cdot \frac{\cos^2\varphi - k(2-k)\cos^4\varphi - 1 + \cos^2\varphi}{(1-k(2-k)\cos^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = \\
&= k \cdot \frac{-k(2-k)\cos^4\varphi + 2\cos^2\varphi - 1}{(1-k(2-k)\cos^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}. \tag{1}
\end{aligned}$$

**1 bod**

Podmínka nulové derivace vede na bikvadratickou rovnici

$$k(2-k)\cos^4\varphi - 2\cos^2\varphi + 1 = 0,$$

z níž plyne

$$\cos^2\varphi = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4k(2-k)}}{2k(2-k)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 2k + k^2}}{k(2-k)} = \frac{1 \pm (1-k)}{k(2-k)}.$$

Dostaneme dva kvadráty kořenů  $\frac{1}{k}$  a  $\frac{1}{2-k}$ , z nichž hledaný fyzikální význam má vzhledem k přípustným hodnotám  $k$  pouze druhý z nich, proto  $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2-k}}$ .

**1 bod**

Podle b) pak

$$\begin{aligned}
\sin\alpha_{\max} &= \frac{k\cos\varphi\sin\varphi}{\sqrt{1-k(2-k)\cos^2\varphi}} = \frac{k\cos\varphi\sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\sqrt{1-k(2-k)\cos^2\varphi}} = \\
&= \frac{k\frac{1}{\sqrt{2-k}}\sqrt{1-\frac{1}{2-k}}}{\sqrt{1-k(2-k)\frac{1}{2-k}}} = \frac{k}{2-k}.
\end{aligned}$$

**1 bod**

Pro  $k = \frac{1}{3}$  dostaneme  $\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{5}}$ ,  $\sin\alpha_{\max} = \frac{1}{5}$ , tedy maximální úhel  $\alpha_{\max} = 11,5^\circ$  nastane na sférické rovníčce určené úhlem  $\varphi_1 = 39,2^\circ$ .

**1 bod**

d) Velikost gravitačního zrychlení na povrchu Jupiteru je  $a_g = \frac{GM}{R^2}$ , velikost

dostředivého zrychlení na rovníku  $a_{d0} = R\frac{4\pi^2}{T^2}$ .

Podle definice je  $k = \frac{F_{s0}}{F_g} = \frac{a_{d0}}{a_g} = \frac{4\pi^2 R^3}{GMT^2} = 0,0835$ .

Minimální velikost tíhového zrychlení je na rovníku:

$$g_{\min} = a_g - a_{d0} = \frac{GM}{R^2} - R\frac{4\pi^2}{T^2} = 23,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Maximální velikost tíhového zrychlení je na pólech:

$$g_{\max} = a_g = \frac{GM}{R^2} = 25,9151 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 25,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \tag{1 bod}$$

$$\text{Dále } \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{2-k}} \Rightarrow \varphi_1 = 43,8^\circ,$$

$$\sin \alpha_{\max} = \frac{k}{2-k} \Rightarrow \alpha_{\max} = 2,50^\circ.$$

**1 bod**

2.a) Označme  $D$  průměr sudu,  $D = \frac{2}{3}H$ . Pak je vnitřní objem sudu

$$V = \pi \frac{D^2}{4} H = \frac{\pi H^3}{9}$$

a hmotnost asfaltu  $m = \rho V = \frac{\pi \rho H^3}{9}$ . Povrch sudu je

$$S = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D H = \frac{7\pi H^2}{9}.$$

Označme  $m_0$  hmotnost prázdného sudu. Tloušťka plechu pak splňuje rovnici

$$Sd = \frac{m_0}{\rho_0} = \frac{m}{16\rho_0},$$

z níž plyne

$$d = \frac{1}{16\rho_0} \cdot \frac{m}{S} = \frac{1}{16\rho_0} \cdot \frac{\frac{\pi \rho H^3}{9}}{\frac{7\pi H^2}{9}} = \frac{\rho}{112\rho_0} H = 0,0015H.$$

**4 body**

b) Označme  $y_0$  výšku těžiště prázdného sudu. Platí

$$\left( \frac{\pi D^2}{4} + \pi D H \right) y_0 = \pi D H \cdot \frac{H}{2}.$$

Z rovnice dostaneme  $y_0 = \frac{3}{7}H$ .

**2 body**

Provedeme úvahu s tekutým asfaltem. Přiléváme-li asfalt do prázdného sudu, výška hladiny asfaltu z počáteční nulové hodnoty roste, zatímco výška těžiště soustavy z počáteční hodnoty  $y_0$  klesá. V okamžiku, kdy se těžiště soustavy ocitne v hladině asfaltu, další přilévání asfaltu již zaujímá prostor nad těžištěm soustavy, čímž se toto těžiště začíná posouvat nahoru. Z toho plyne, že těžiště soustavy je nejnižší, jestliže se nachází v hladině asfaltu, tj.  $y_{\min} = h_0$ .

Současně platí rovnice

$$m_0 \cdot \frac{3}{7}H + m \cdot \frac{h_0}{2} = (m_0 + m) h_0,$$

kde  $m = \frac{h_0}{H} \cdot 16m_0$ . Po dosazení a úpravách dostaneme kvadratickou rovnici

$$56h_0^2 + 7Hh_0 - 3H^2 = 0.$$

Fyzikální význam má její kladný kořen

$$h_0 = \frac{-7 + \sqrt{721}}{112} H = 0,18H.$$

**4 body**

*Alternativní řešení pomocí derivace:* Souřadnice  $y$  těžiště sudu s asfaltem, který sahá do výšky  $h$ , splňuje rovnici

$$m_0 y_0 + \frac{h}{H} m \cdot \frac{h}{2} = \left( m_0 + \frac{h}{H} m \right) y.$$

Z ní po dosazení a úpravě dostaneme pro  $h \in \langle 0, H \rangle$  funkční závislost

$$y = y(h) = \frac{3H^2 + 56h^2}{7(H + 16h)}.$$

Funkci zderivujeme

$$\frac{dy}{dh} = 16 \cdot \frac{56h^2 + 7Hh - 3H^2}{7(H + 16h)^2}.$$

Podmínce nulové derivace vyhovuje kladný kořen

$$h_0 = \frac{\sqrt{721} - 7}{112} H = 0,18H.$$

Pro  $h = 0$  je derivace záporná, pro  $h = H$  je derivace kladná, funkce má na uvažovaném intervalu skutečně minimum. Zpětným dosazením dostaneme

$$y_{\min} = \frac{3H^2 + 56h_0^2}{7(H + 16h_0)} = y(h_0) = \frac{\sqrt{721} - 7}{112} H = 0,18H.$$

3.a) Do polynomicke funkce

$$c = \left( -4,337 \cdot 10^{-7} \{T\}^4 + 3,693 \cdot 10^{-4} \{T\}^3 - 0,1199 \{T\}^2 + \right. \\ \left. + 19,38 \{T\} - 585,1 \right) \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

dosadíme  $T_1 = 294 \text{ K}$  a  $T_v = 77,4 \text{ K}$ . Dostaneme

$$Q' = m_0 \frac{c_1 + c_v}{2} (T_1 - T_v) = 0,0141 \cdot \frac{893 + 352}{2} (294 - 77,4) \text{ J} = 1900 \text{ J}.$$

**2 body**

b) Integrál vypočteme a dosadíme číselné hodnoty:

$$Q = m_0 \int_{T_v}^{T_1} (AT^4 + BT^3 + CT^2 + DT + E) dT = \\ = m_0 \left[ \frac{A}{5} T^5 + \frac{B}{4} T^4 + \frac{C}{3} T^3 + \frac{D}{2} T^2 + ET \right]_{T_v}^{T_1} = 2140 \text{ J}.$$

**3 body**

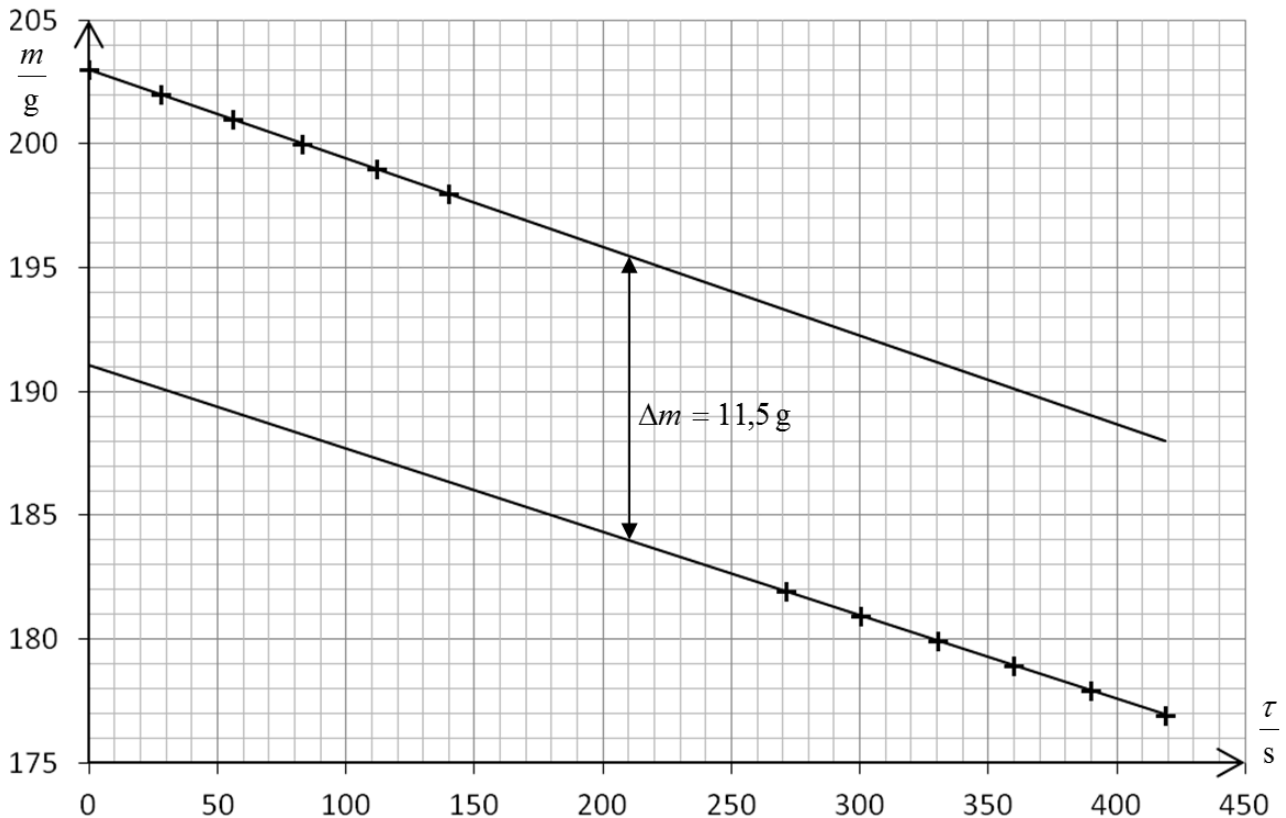
c) Vytvořený graf je na obrázku R2. Přímký jsou přibližně rovnoběžné, hledanou změnu hmotnosti vyčteme z grafu ve střední části, např. v čase 210 s. Z grafu vyčteme  $\Delta m = 11,5 \text{ g}$ . Měrné skupenské teplo varu je

$$l_v = \frac{Q}{\Delta m} = \frac{2140}{0,0115} \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 186 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 190 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}. \text{ 5 bodů}$$

*Poznámka:* Tuto úlohu jako úlohu praktickou řešili studenti na 24. IPhO v USA v roce 1993, funkční závislost  $c = c(T)$  však měli zadanou graficky na mřížkovém pozadí.

Autoři uvádějí měrné skupenské teplo varu dusíku  $l_v = (202 \pm 5) \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Originál najdeme na webových stránkách [http://ipho.org/problems-and-solutions/1993/24th\\_IPhO\\_1993.pdf](http://ipho.org/problems-and-solutions/1993/24th_IPhO_1993.pdf).

Data v našem zadání jsou z vlastního měření. Mírnou nerovnoběžnost přímek lze vysvětlit tím, že při poklesu hladiny dusíku se odpařování nepatrně zpomalovalo v důsledku hromadění sytých par v nádobě nad klesající hladinou kapalného dusíku.



Obr. R2

4. a) Deviace  $\delta = \alpha + \gamma - \varphi = \gamma - 30^\circ$ .

Ze Snellova zákona  $\sin \alpha = n \sin \beta$  a  $\sin \gamma = n \sin(\varphi - \beta)$  určíme nejprve úhel  $\beta$  a pak úhel  $\gamma$ . Pro světlo červené:

$$\sin \beta_R = \frac{\sin \alpha}{n_R} \Rightarrow \beta_R = 20,62^\circ,$$

$$\gamma_R = 64,29^\circ, \delta_R = 34,29^\circ.$$

Pro světlo fialové:

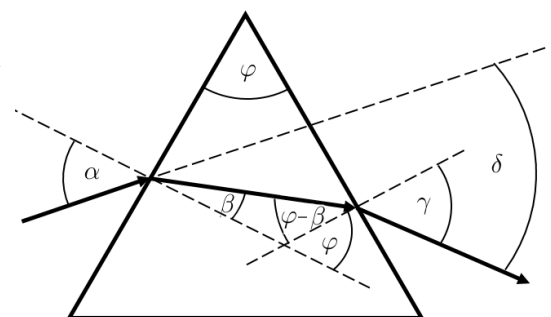
$$\sin \beta_V = \frac{\sin \alpha}{n_V} \Rightarrow \beta_V = 20,03^\circ,$$

$$\gamma_V = 69,71^\circ, \delta_V = 39,71^\circ.$$

Rozdíl deviací tedy je  $\delta_V - \delta_R = 5,42^\circ$ .

**5 bodů**

b) Vyjádříme-li  $\sin \alpha_V = \frac{\lambda_V}{b}$ ,  $\sin \alpha_R = \frac{\lambda_R}{b}$  a  $\sin(\alpha_R - \alpha_V) = \sin \alpha_R \cos \alpha_V -$



Obr. R3

–  $\cos \alpha_R \sin \alpha_V$ , dospějeme k řešení rovnice 4. stupně s neznámou  $b$ . Proto využijeme k řešení Excel nebo jiný tabulkový kalkulátor.

| $\frac{b}{\text{nm}}$ | $\sin \alpha_V$ | $\sin \alpha_R$ | $\alpha_V$ | $\alpha_R$ | $\alpha_R - \alpha_V$ |
|-----------------------|-----------------|-----------------|------------|------------|-----------------------|
| 1 000                 | 0,400 000       | 0,700 000       | 23,578 178 | 44,427 004 | 20,848 826            |
| 2 000                 | 0,200 000       | 0,350 000       | 11,536 959 | 20,487 315 | 8,950 256             |
| 3 000                 | 0,133 333       | 0,233 333       | 7,662 256  | 13,493 399 | 5,831 143             |
| 4 000                 | 0,100 000       | 0,175 000       | 5,739 170  | 10,078 658 | 4,339 488             |
| 5 000                 | 0,080 000       | 0,140 000       | 4,588 566  | 8,047 846  | 3,459 281             |
| 6 000                 | 0,066 667       | 0,116 667       | 3,822 554  | 6,699 765  | 2,463 342             |
| 7 000                 | 0,057 143       | 0,100 000       | 3,275 829  | 5,739 170  | 2,463 342             |
| 3 100                 | 0,129 032       | 0,225 806       | 7,413 674  | 13,050 305 | 5,636 631             |
| 3 200                 | 0,125 000       | 0,218 750       | 7,180 756  | 12,635 625 | 5,454 869             |
| 3 300                 | 0,121 212       | 0,212 121       | 6,962 063  | 12,246 690 | 5,284 627             |
| 3 210                 | 0,124 611       | 0,218 069       | 7,158 269  | 12,596 614 | 5,437 346             |
| 3 220                 | 0,124 224       | 0,217 391       | 7,135 922  | 12,555 858 | 5,419 936             |

Z posledního sloupce tabulky vidíme, že požadavku vyhovuje mřížková konstanta  $b = 3,22 \mu\text{m}$ .

**5 bodů**

- 5.a) Označme délku tyčinky  $l$  a délku jejího obrazu  $L$ , přičemž  $l \ll a_1$  a  $L \ll a'_1$ . Podle zobrazovací rovnice pro vzdálenější konec tyčinky platí

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

pro bližší konec tyčinky pak

$$\frac{1}{a_1 - l} + \frac{1}{a'_1 + L} = \frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} \frac{1}{1 - \frac{l}{a_1}} + \frac{1}{a'_1} \frac{1}{1 + \frac{L}{a'_1}}.$$

Protože  $\frac{1}{1 - \frac{l}{a_1}} \approx 1 + \frac{l}{a_1}$  a  $\frac{1}{1 + \frac{L}{a'_1}} \approx 1 - \frac{L}{a'_1}$ , můžeme napsat

$$\frac{1}{a_1} \left(1 + \frac{l}{a_1}\right) + \frac{1}{a'_1} \left(1 - \frac{L}{a'_1}\right) \approx \frac{1}{f}. \quad (2)$$

Odečtením rovnic (2) a (1) dostaneme  $\frac{l}{a_1^2} - \frac{L}{a_1'^2} \approx 0$ . Odtud  $k = \frac{L}{l} = \left(\frac{a'_1}{a_1}\right)^2$  a  $a'_1 = a_1 \sqrt{k}$ . Dosazením do rovnice (1) pak

$$f = \frac{a_1 \sqrt{k}}{\sqrt{k} + 1} = 15 \text{ cm}. \quad \mathbf{5 \text{ bodů}}$$

- b) Při nových vzdálenostech  $a_2 = a_1 + \Delta a$  a  $a'_2 = \frac{a_2 f}{a_2 - f}$  a nové délce obrazu  $L_1$  bude nyní pro zvětšení platit:

$$k_1 = \frac{L_1}{l} = \left(\frac{a'_2}{a_2}\right)^2 = \left(\frac{f}{a_2 - f}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{\frac{a_1\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1}}{a_1 + \Delta a - \frac{a_1\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1}}\right)^2 = \left[\frac{a_1\sqrt{k}}{(a_1 + \Delta a)(\sqrt{k}+1) - a_1\sqrt{k}}\right]^2.$$

Vztah mezi velikostmi obrazů tyčinky

$$n = \frac{L_1}{L} = \frac{k_1}{k} = \left[\frac{a_1}{(a_1 + \Delta a)(\sqrt{k}+1) - a_1\sqrt{k}}\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{\Delta a}{a_1}\right)(\sqrt{k}+1) - \sqrt{k}\right]^2} = \frac{1}{4}.$$

Délka obrazu tyčinky se tedy zmenší 4krát.

**5 bodů**

**6. Ukázka řešení – řádná kostka:**

|          | $X$ v 1. sérii | $X$ ve 2. sérii | $X$ ve 3. sérii | $X$ ve 4. sérii |             |            |
|----------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|------------|
|          | 5              | 17              | 6               | 2               |             |            |
|          | 1              | 5               | 8               | 6               |             |            |
|          | 1              | 2               | 4               | 8               |             |            |
|          | 6              | 3               | 3               | 3               |             |            |
|          | 2              | 2               | 4               | 11              |             |            |
|          | 2              | 2               | 9               | 21              |             |            |
|          | 5              | 4               | 18              | 4               | $X$ spojené | teoreticky |
| $\mu$    | 3,14           | 5,00            | 7,43            | 7,86            | 5,86        | 6,00       |
| $p$      | 0,318          | 0,200           | 0,135           | 0,127           | 0,171       | 0,167      |
| odchylka | 91 %           | 20 %            | -19 %           | -24 %           | 2 %         |            |

Odhady pravděpodobnosti  $p$  padnutí šestky se v jednotlivých sériích pohybují v rozmezí od 0,127 až po 0,318. Od teoretické hodnoty se liší v řádu desítek procent. Největší hodnota je v 1. sérii a je o 91 % větší a nejmenší hodnota je ve 4. sérii a je o 24 % menší než teoretická hodnota 0,167. Odhad pravděpodobnosti vypočtený ze čtyř spojených sérií se od teoretické hodnoty liší již jen o 2 %.

Falešná kostka:

|       | $X$ v 1. sérii | $X$ ve 2. sérii | $X$ ve 3. sérii | $X$ ve 4. sérii |             |
|-------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
|       | 1              | 3               | 6               | 1               |             |
|       | 2              | 1               | 1               | 4               |             |
|       | 10             | 1               | 6               | 1               |             |
|       | 5              | 1               | 4               | 1               |             |
|       | 2              | 8               | 1               | 2               |             |
|       | 1              | 1               | 1               | 3               |             |
|       | 3              | 1               | 3               | 4               | $X$ spojené |
| $\mu$ | 3,43           | 2,29            | 3,14            | 2,29            | 2,79        |
| $p$   | 0,292          | 0,438           | 0,318           | 0,438           | 0,359       |

Výsledky pokusů s falešnou kostkou se významně liší od pokusů s řádnou kostkou. Odhad pravděpodobnosti padnutí šestky se u jednotlivých sérií pohyboval v rozmezí 0,292 až 0,438. U spojených sérií vyšel odhad pravděpodobnosti 0,359, což je téměř dvojnásobek oproti řádné kostce.

*Závěry:* Ze simulací je patrné, že při vyprodukování sedmi nestabilních jader je odhad střední doby života (a následně poločasu rozpadu) zatížen velkou chybou. Pro zpřesnění je třeba změřit doby života většího počtu jader. Po zalepení matičky coby závaží se výrazně změnila pravděpodobnost padnutí šestky. V našem případě byl odhad pravděpodobnosti u řádné kostky  $p = 0,180$  (teoretická hodnota 0,167) a odhad pravděpodobnosti u falešné kostky je 0,357. Popsané simulace lze využít ke stanovení odhadů střední doby života kostky a neznámé pravděpodobnosti  $p$  a naznačují, jak fyzikové určují poločas rozpadu při produkci jen několika nestabilních jader.

- 7.a) Pro klidovou energii dostáváme  $E_0 = A_r \cdot m_u c^2 - 11m_e c^2 = 37\,200 \text{ MeV}$ , poměr energií je

$$\frac{E_k}{E_0} = 0,041. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

- b) Pro kinetickou energii použijeme vztah z klasické fyziky

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (2\pi r f)^2,$$

$$f = \frac{1}{\pi r} \sqrt{\frac{E_k}{2m}} = \frac{c}{\pi r} \sqrt{\frac{E_k}{2E_0}} = 7\,800 \text{ kHz}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Pro dostředivou sílu působící na iont platí  $\frac{m v^2}{r_{\max}} = B Q v$ , po úpravě  $m v = B Q r_{\max}$ , kde  $Q = 11e$ . Rychlost vyjádříme ze vztahu pro kinetickou energii

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}},$$

$$m \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = B Q r_{\max},$$

$$\sqrt{2mE_k} = B Q r_{\max},$$

$$\frac{\sqrt{2E_0 E_k}}{c} = B Q r_{\max},$$

$$B = \frac{\sqrt{2E_0 E_k}}{c Q r_{\max}} = 1,84 \text{ T}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

Vypočetli jsme indukci pro vnější trajektorii, ale v případě cyklotronu je indukce stejná všude.



- d) Při jednom průletu mezi duanty zvýší iont energii o hodnotu  $QU$ . Pro počet průletů  $n$  bude platit

$$n = \frac{E_k}{QU} = 921. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- e) Ionty začínají na nulové rychlosti, tedy nejsou předurychleny jinde. V průběhu jedné periody je iont urychlen dvakrát. Pro čas  $t$  bude platit

$$t = \frac{n}{2}T = \frac{n}{2f} = 59,1 \text{ } \mu\text{s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$