Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 60. ročníku FO kategorie A

1. Tři destičky

Na vodorovné rovině jsou na sobě položeny tři stejné destičky (obr. 1). Hmotnost každé destičky je m. Součinitel tření mezi destičkou a podložkou i mezi destičkami je f.

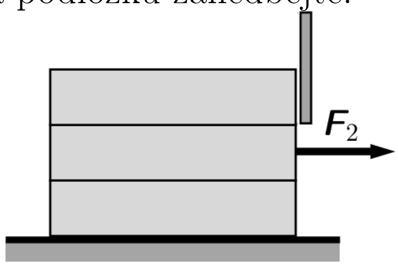
a) Jakou silou F_1 musíme působit na spodní destičku a s jakým největším zrychlením a_m se přitom bude sestava pohybovat, nemají-li se horní a prostřední destička při pohybu vůči spodní destičce posunout?

b) Před horní destičku umístíme zarážku. Jakou nejmenší silou F_2 musíme působit na prostřední destičku, abychom ji vytáhli (obr. 2)? Bude se přitom pohybovat spodní destička?

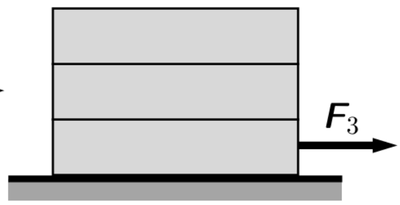
c) Jakou nejmenší silou F_3 musíme působit na spodní destičku (obr. 3), abychom ji bez pomoci zarážky vytrhli zpod ostatních destiček?

d) Spodní destičku můžeme odstranit i tak, že jí úderem udělíme počáteční rychlost v_0. V okamžiku, kdy horní destičky spadnou na podložku, má spodní destička rychlost v_1. Jakou rychlost přitom získaly dvě zbývající destičky? V jaké vzájemné vzdálenosti budou destičky po zastavení? Počáteční vzdálenost mezi destičkami po jejich dopadu na podložku zanedbejte.

Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $f = 0{,}20$, $m = 0,20$ kg, $v_0 = 3{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_1 = 1{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

2. Stlačitelná kapalina

Důsledkem toho, že každá kapalina je sice málo, ale přece jen stlačitelná, je růst hustoty kapaliny s rostoucím tlakem.

Ve velmi hluboké nádobě se hustota kapaliny mění s hloubkou podle vztahu

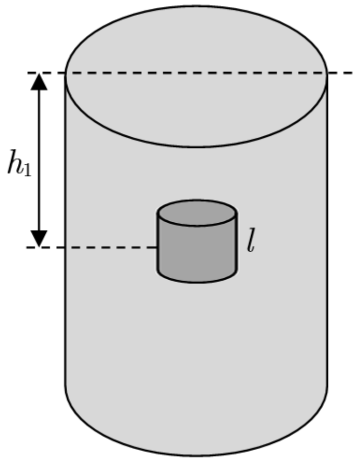
$\rho = \rho_0 \left(1 + \dfrac{h}{h_0}\right)$, kde ρ_0 je hustota kapaliny na povrchu a h_0 je konstanta.

a) Jaký je význam konstanty h_0?

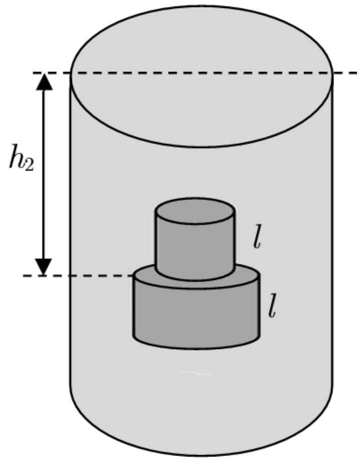
b) Jak závisí hydrostatický tlak p v nádobě na hloubce kapaliny h?

c) Do nádoby spustíme malý válec o výšce $l \ll h_0$, zhotovený z materiálu o hustotě $\rho_1 = \dfrac{3}{2}\rho_0$. V jaké hloubce h_1 se zastaví střed válce (obr. 4)?

d) Do nádoby spustíme homogenní těleso, složené ze dvou souosých válců stejné výšky l a hustoty jako v části c), z nichž spodní má dvakrát větší průměr (obr. 5). V jaké hloubce h_2 budou dotykové podstavy válců po ustálení soustavy? Povrchové napětí zanedbejte.



Obr. 4



Obr. 5

3. Dvě čočky

Ve vzdálenosti $a = 20$ cm od bodového všesměrového zdroje světla leží čočka o průměru $d = 1{,}0$ cm s ohniskovou vzdáleností $f_1 = 5{,}0$ cm. Za ní leží na stejné optické ose ve vzdálenosti $b = 50$ cm od zdroje druhá spojná čočka o průměru $D = 10$ cm s ohniskovou vzdáleností $f_2 = 20$ cm. Nakreslete obrázek a určete:

a) polohy obrazů zdroje vytvořených čočkami,

b) v jaké vzdálenosti x za druhou čočkou musíme umístit stínítko, aby světelná stopa na něm vytvořená měla minimální průměr $d_{\min}$,

c) jaký bude tento minimální průměr světelné stopy?

4. Srážka částic

Částice o klidové hmotnosti m_0 a rychlosti v se srazí se stejnou částicí, která je v laboratorní soustavě v klidu. Dojde k nepružné srážce (reakci), při které se část kinetické energie přemění na jiné formy energie. V námi zkoumaném případě částice splynou v jednu.

a) Vypočtěte pro tento případ, kolik procent kinetické energie před reakcí zůstane ve formě kinetické energie i po reakci. Proveďte přibližné nerelativistické řešení pro obecnou rychlost v.

b) Terčová částice, která je v klidu, bude mít hmotnost km_0, kde $k > 1$ a dopadající částice hmotnost m_0. Proveďte přibližné nerelativistické řešení podílu kinetické energie po reakci a kinetické energie před reakcí. Zdůvodněte, jak se bude měnit výsledek v závislosti na rostoucím k.

c) Situace je stejná jako v zadání (stejné částice), ale rychlost dopadající částice má nyní konkrétní hodnotu $v = 0{,}999c$. Určete rychlost spojených částic. Proveďte přesné relativistické řešení.

d) Určete relativisticky hodnotu podílu efektivní energie dostupné v těžišti a kinetické energie před reakcí pro rychlost $v = 0{,}999c$. Vyjádřete podíl procenty.