FYZIKÁLNÍ
60 OLYMPIÁDA

Praktická úloha celostátního kola 60. ročníku FO

HRADEC KRÁLOVÉ 2019

Řešení

Úlohu navrhli J. Šlégr & F. Studnička

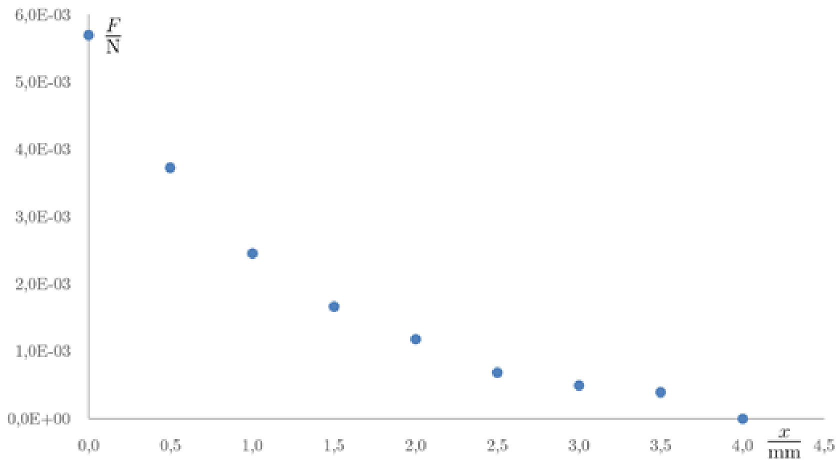
a) Hmotnost vzorku byla určena jako $m = 101{,}32$ g (může se v jednotlivých sadách mírně lišit). Objem vzorku

$$V = \frac{m}{\rho} = 10{,}36\ \mathrm{cm}^3 = 1{,}036 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3.$$

1 bod

b) Výsledky měření jsou v tabulce a grafu:

$\frac{x}{\mathrm{mm}}$	$\frac{F}{\mathrm{N}}$
0,0	$1{,}562 \cdot 10^{-3}$
0,5	$1{,}470 \cdot 10^{-3}$
1,0	$1{,}376 \cdot 10^{-3}$
1,5	$1{,}241 \cdot 10^{-3}$
2,0	$1{,}111 \cdot 10^{-3}$
2,5	$9{,}065 \cdot 10^{-4}$
3,0	$7{,}035 \cdot 10^{-4}$
3,5	$3{,}994 \cdot 10^{-4}$
4,0	$7{,}795 \cdot 10^{-5}$



3 body

c) Příklad naměřených hodnot je v tabulce:

$\frac{x}{\mathrm{mm}}$	$\frac{x}{\mathrm{m}}$	$\frac{m}{\mathrm{g}}$	$\frac{F}{\mathrm{N}}$	$\frac{B}{\mathrm{T}}$	$\frac{\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}x}}{\mathrm{T \cdot m^{-1}}}$	$\frac{\chi_m}{1}$	$\frac{\mu_r}{1}$	$\frac{\Delta\mu_r^2}{1}$
0,0	0,0000	0,16	$1{,}562 \cdot 10^{-3}$	0,2144	—	—	—	—
0,5	0,0005	0,15	$1{,}470 \cdot 10^{-3}$	0,2053	−18,055	$-4{,}80790 \cdot 10^{-5}$	0,999952	$1{,}952 \cdot 10^{-10}$
1,0	0,0010	0,14	$1{,}376 \cdot 10^{-3}$	0,1963	−18,093	$-4{,}69993 \cdot 10^{-5}$	0,999953	$1{,}662 \cdot 10^{-10}$
1,5	0,0015	0,13	$1{,}241 \cdot 10^{-3}$	0,1873	−18,017	$-4{,}46242 \cdot 10^{-5}$	0,999955	$1{,}106 \cdot 10^{-10}$
2,0	0,0020	0,11	$1{,}111 \cdot 10^{-3}$	0,1784	−17,833	$-4{,}23480 \cdot 10^{-5}$	0,999958	$6{,}789 \cdot 10^{-11}$
2,5	0,0025	0,09	$9{,}065 \cdot 10^{-4}$	0,1696	−17,549	$-3{,}69456 \cdot 10^{-5}$	0,999963	$8{,}049 \cdot 10^{-12}$
3,0	0,0030	0,07	$7{,}035 \cdot 10^{-4}$	0,1610	−17,175	$-3{,}08572 \cdot 10^{-5}$	0,999969	$1{,}057 \cdot 10^{-11}$
3,5	0,0035	0,04	$3{,}994 \cdot 10^{-4}$	0,1527	−16,722	$-1{,}89779 \cdot 10^{-5}$	0,999981	$2{,}289 \cdot 10^{-10}$
4,0	0,0040	0,01	$7{,}795 \cdot 10^{-5}$	0,1445	−16,203	$-4{,}03703 \cdot 10^{-6}$	0,999996	$9{,}043 \cdot 10^{-10}$

10 bodů

d) Relativní permeabilita materiálu byla určena (viz poslední dva sloupce tabulky) jako $\mu_r = (0{,}999\,97 \pm 0{,}000\,01)$. I v rámci přesnosti zadaných veličin bude výsledná relativní permeabilita menší než jedna, proto se podle informací v zadání jedná o **diamagnetikum**. **1 bod**

Použitý vzorek je vyroben z bismutu, jehož tabelovaná relativní permeabilita (je-li čistý) je 0,999 834. Rozdíl činí 0,13 ‰.

e) Vzorek musí být v držáku přibližně tři centimetry nad miskou vah, protože miska je vyrobena z oceli, která je feromagnetická a přitahování misky magnetem by zkreslilo výsledky měření. **1 bod**

f) Má-li těleso levitovat, musí být tíhová síla kompenzována silou magnetickou a bude platit

$$mg = \frac{V\chi_m|\boldsymbol{B}|\,\nabla\boldsymbol{B}}{\mu_0} = \frac{V\chi_m B\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}x}}{\mu_0},$$

po úpravě skalárně platí

$$\frac{\mu_0\rho g}{\chi_m} = B\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}x}.$$ **1 bod**

To je separovatelná diferenciální rovnice, kterou lze vyřešit:

$$\frac{\mu_0\rho g}{\chi_m}\int \mathrm{d}x = \int B\mathrm{d}B,$$ **1 bod**

$$\frac{\mu_0\rho g}{\chi_m}x + \mathrm{C} = \frac{B^2}{2} \quad \Rightarrow \quad B = \sqrt{\frac{2\mu_0\rho g}{\chi_m}x + \mathrm{C}}.$$

Konstantu určíme z počátečních podmínek. Pro $x = 0$ bude $B = B_0$ a pak

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0\rho g}{\chi_m}x + B_0}.$$ **1 bod**

g) Pro výšku x vzorku nad magnetem z předchozí rovnice platí

$$x = \frac{\chi_m\left(B^2 - B_0\right)}{2\rho g\mu_0}.$$

Bude-li $\chi_m = -1$, musí být $B_0 - 2\rho g\mu_0 x \geq 0$ a pak

$$x \leq \frac{B_0}{2\rho g\mu_0}.$$

Pro větší výšku vzorku nad magnetem již nebude levitace možná. **1 bod**

Poznámka: Výše uvedená podmínka je nutná, nikoli však postačující. Aby byla levitace stabilní, musí navíc (v trojrozměrném případě) platit $\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} > 0$, $\frac{\partial^2 B}{\partial y^2} > 0$, $\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} > 0$.