Řešení úloh krajského kola 60. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie C

Autor úloh: J. Thomas

1. a) Maximální zrychlení automobilu při rozjíždění, nemají-li kola prokluzovat, bude $a_1 = f_1 g$. Cestovní rychlosti dosáhne automobil za dobu

$$t = \frac{v}{a_1} = \frac{v}{f_1 g} = 2{,}9\ \mathrm{s}.$$

Přitom ujede vzdálenost $s = \dfrac{v^2}{2 f_1 g} = 29\ \mathrm{m}.$ **2 body**

b) Druhé auto se pohybuje nejprve po reakční dobu rovnoměrně, pak rovnoměrně zpomaleně se zrychlením o velikosti $a_2 = f_2 g$ do zastavení. Urazí přitom dráhu

$$s_1 = v \cdot t_r + \frac{v^2}{2a_2} = v \cdot t_r + \frac{v^2}{2 f_2 g} = 78\ \mathrm{m}.$$

Nemá-li tedy dojít k nárazu, musí být počáteční vzdálenost mezi vozidly nejméně 78 m. **2 body**

c) Protože při brzdění se obě auta pohybují se stejným zrychlením, musí být minimální vzdálenost mezi auty rovna vzdálenosti, kterou ujede druhý řidič za reakční dobu, tedy $s_2 = v \cdot t_r = 10\ \mathrm{m}$. **2 body**

d) Během reakční doby řidiče ujede automobil před ním dráhu

$$s_{a1} = v t_r - \frac{1}{2} f_3 g t_r^2.$$

Jeho rychlost se přitom zmenší o $\Delta v = a t_r = f_3 g t_r$. Dál se první auto pohybuje rovnoměrně zpomaleně a do zastavení urazí dráhu

$$s_{a2} = \frac{(v - \Delta v)^2}{2 f_3 g} = \frac{(v - a t_r)^2}{2 f_3 g} = \frac{(v - f_3 g t_r)^2}{2 f_3 g}.$$

Nemá-li dojít ke srážce, musí vzdálenost mezi automobily na počátku brzdění být

$$l = s_1 - s_{a1} - s_{a2} = v \cdot t_r + \frac{v^2}{2 f_2 g} - v t_r + \frac{1}{2} f_3 g t_r^2 - \frac{(v - f_3 g t_r)^2}{2 f_3 g} =$$

$$= \frac{v^2}{2 f_2 g} + \frac{1}{2} f_3 g t_r^2 - \frac{(v - f_3 g t_r)^2}{2 f_3 g} = 37{,}2\ \mathrm{m}.$$

4 body

2. a) Označme dobu zahřívání pevného kovu $\tau_1 = 6{,}5$ min a teplo k tomu potřebné Q_1. Pevný kov se ohřál o $\Delta t_1 = 210\ °\mathrm{C}$. Pak pro tepelný výkon zařízení platí

$$P_1 = \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{m c_p \Delta t_1}{\tau_1} \quad \Rightarrow \quad c_p = \frac{P_1 \tau_1}{m \Delta t_1} = 223\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}}.$$

3 body

b) Označme dobu zahřívání kapalného kovu $\tau_2 = 4{,}67$ min a teplo k tomu potřebné Q_2. Kapalný kov se ohřál o $\Delta t_2 = 200$ °C.
Pak pro tepelný výkon zařízení platí

$$P_2 = \frac{Q_2}{\tau_2} = \frac{mc_k\Delta t_2}{\tau_2} = 92{,}8 \text{ W}.$$

2 body

c) Protože při zahřívání pevného kovu, ani při zahřívání kovu kapalného, nenastal na křivce žádný zlom, došlo ke změně tepelného výkonu zařízení během fázové přeměny. **1 bod**

Označíme-li teplo dodané během fázové změny při výkonu P_1 jako Q_{11} a teplo dodané během fázové změny při výkonu P_2 jako Q_{22}, pak jejich součet je roven skupenskému teplu tání

$$Q_{11} + Q_{22} = ml_t \tag{1}$$

a zahřívání bude trvat po dobu $\tau_{12} = 5{,}83$ minuty, pak

$$\frac{Q_{11}}{P_1} + \frac{Q_{22}}{P_2} = \tau_{12}. \tag{2}$$

Z první rovnice vyjádříme

$$Q_{22} = ml_t - Q_{11}$$

a dosadíme do druhé rovnice

$$\frac{Q_{11}}{P_1} + \frac{ml_t - Q_{11}}{P_2} = \tau_{12}.$$

Odtud vyjádříme

$$Q_{11} = \frac{\tau_{12}P_1\frac{mc_k\Delta t_2}{\tau_2} - ml_tP_1}{\frac{mc_k\Delta t_2}{\tau_2} - P_1} = \frac{P_1\left(\tau_{12}mc_k\Delta t_2 - ml_t\tau_2\right)}{mc_k\Delta t_2 - P_1\tau_2} = 4{,}6 \text{ kJ}.$$

Doba tání při výkonu P_1 tedy bude

$$\tau_{11} = \frac{Q_{11}}{P_1} = \frac{\left(\tau_{12}mc_k\Delta t_2 - ml_t\tau_2\right)}{mc_k\Delta t_2 - P_1\tau_2} = 76 \text{ s}.$$

K přepnutí na vyšší výkon tedy došlo za dobu $\tau = \tau_1 + \tau_{11} = 7$ min. 46 s od počátku měření. **4 body**

3. a) Argon se zahřeje a podle stavové rovnice zvětší svůj objem o

$$\Delta V = \frac{nR\left(T_0 - T\right)}{p_0} = 3{,}0 \text{ l}.$$

3 body

b) Teplo na ohřátí argonu dodává voda, která se přitom mění v led. Molekuly argonu jsou jednoatomové. Při izobarickém ději platí

$$\Delta Q = ml_t = \frac{3}{2}nR\left(T_0 - T\right) + p_0\Delta V = \frac{5}{2}nR\left(T_0 - T\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{5nR\left(T_0 - T\right)}{2l_t} = 2{,}3 \text{ g}.$$

3 body

c) Při tuhnutí vody se její objem zvětší o

$$\Delta V_1 = \frac{m}{\rho_l} - \frac{m}{\rho} = m\frac{\rho - \rho_l}{\rho\rho_l} = \frac{5nR\,(T_0 - T)\,(\rho - \rho_l)}{2l_t\rho\rho_l} = 2{,}0{\cdot}10^{-7}\ \mathrm{m}^3 = 2{,}0{\cdot}10^{-3}\ \mathrm{l}.$$

Poloha pístu se změní o

$$h = \frac{\Delta V + \Delta V_1}{S} = \frac{nR\,(T_0 - T)}{p_0 S} + \frac{5nR\,(T_0 - T)\,(\rho - \rho_l)}{2l_t\rho\rho_l S} = 7{,}6\ \mathrm{cm}.$$

Změna polohy pístu způsobená ztuhnutím vody na led je zanedbatelná.

4 body

4. Z grafu odečteme počáteční rychlost: $v_0 = 20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

a) Nejmenší rychlost má kámen v horním bodě trajektorie. Tato rychlost je rovna vodorovné složce počáteční rychlosti $v_x = v_0 \cos\alpha$, tedy

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v_0} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 60^\circ.$$

3 body

b) Označme rychlost dopadu kamene u. Z grafu odečteme její velikost $u = 30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Podle zákona zachování energie

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mu^2,$$

odkud vyjádříme hledanou výšku

$$h = \frac{u^2 - v_0^2}{2g} = 25{,}5\ \mathrm{m}.$$

3 body

c) Pro okamžitou výšku, ve které se kámen nachází, platí

$$y = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2.$$

V místě dopadu je tato výška rovna nule. Dostáváme kvadratickou rovnici:

$$\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t \sin\alpha - h = 0.$$

Po číselném dosazení $4{,}9\,\{t\}^2 - 10\,\{t\}\,\sqrt{3} - 25,5 = 0$. Úloze vyhovuje kladný kořen

$$t = \frac{10\sqrt{3} + \sqrt{300 + 4\cdot 4{,}9\cdot 25{,}5}}{9{,}8}\ \mathrm{s} = 4{,}7\ \mathrm{s}.$$

Kámen dopadne do vzdálenosti $d = v_0 t \cos\alpha = 20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} \cdot 4{,}7\ \mathrm{s} \cdot 0{,}5 = 47\ \mathrm{m}$.

4 body