Řešení úloh okresního kola 60. ročníku Fyzikální olympiády

ve školním roce 2018/2019

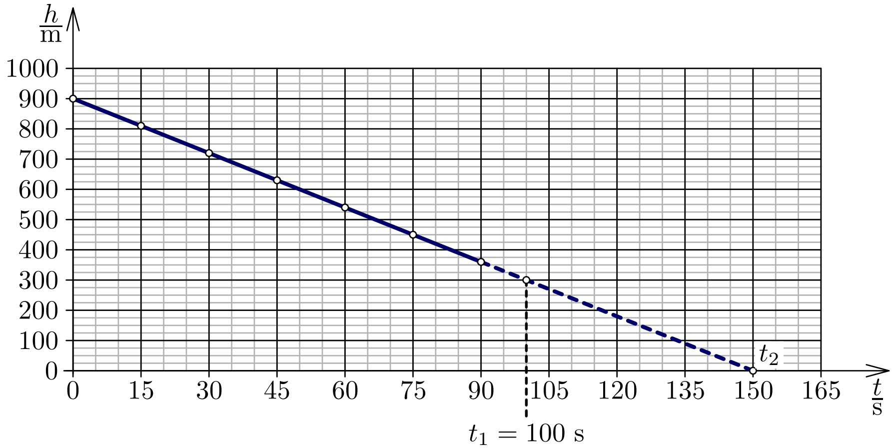
Kategorie F

Autoři úloh: M. Bednařík (1), J. Thomas (3–4) a I. Volf (2)

FO60F2–1: Výsadkář

a) Podle tabulky urazí výsadkář za čas $t = 15\,\mathrm{s}$ dráhu $s = 90\,\mathrm{m}$, pohybuje se tedy rychlostí $v = s/t = 90\,\mathrm{m}/15\,\mathrm{s} = 6\,\mathrm{m/s}$. **2 body**

b) Graf je na obr. 1.



Obr. 1: Závislost výšky h výsadkáře nad zemí na čase t

3 body

c) Jde o část grafu na obr. 1 vykreslenou čárkovaně. **1 bod**

d) V čase $t_1 = 100\,\mathrm{s}$ bude výška výsadkáře nad zemí

$$h_1 = h_0 - vt_1 = 900\,\mathrm{m} - 6\,\mathrm{m/s}\cdot 100\,\mathrm{s} = 300\,\mathrm{m},$$

stejnou hodnotu odečteme i z grafu. **2 body**

e) Z výšky $h_0 = 900\,\mathrm{m}$ dopadne výsadkář na zem za čas

$$t_2 = \frac{h_0}{v} = \frac{900\,\mathrm{m}}{6\,\mathrm{m/s}} = 150\,\mathrm{s},$$

stejnou hodnotu odečteme i z grafu. **2 body**

FO60F2–2: Koupání bratříčka

Označme postupně zadané veličiny: teplota vody na koupání $t = 37\,°\mathrm{C}$, rozměry dna vaničky $a = 0{,}45\,\mathrm{m}$, $b = 0{,}72\,\mathrm{m}$, výška stěn vaničky $h = 0{,}30\,\mathrm{m}$, teplota teplé vody $t_\mathrm{t} = 57\,°\mathrm{C}$, objem teplé vody ve vaničce $V_\mathrm{t} = 8{,}0\,\mathrm{l}$. Dno vaničky má plochu o obsahu $S = ab = 0{,}45\,\mathrm{m}\cdot 0{,}72\,\mathrm{m} = 0{,}324\,\mathrm{m}^2$.

a) Označme ještě m_s hmotnost a V_s objem studené vody o teplotě $t_\mathrm{s} = 21\,°\mathrm{C}$, kterou je nutno přilít, aby výsledná teplota byla pro dítě vyhovující. Podle kalorimetrické rovnice se teplo přijaté studenou vodou rovná teplu odevzdanému teplou vodou o hmotnosti m_t a objemu V_t

$$m_\mathrm{s} c\,(t - t_\mathrm{s}) = m_\mathrm{t} c\,(t_\mathrm{t} - t)\,,$$
$$V_\mathrm{s} \varrho c\,(t - t_\mathrm{s}) = V_\mathrm{t} \varrho c\,(t_\mathrm{t} - t)\,,$$

kde c je měrná tepelná kapacita vody a ϱ hustota vody. Odtud vychází

$$V_\mathrm{s} = V_\mathrm{t} \frac{t_\mathrm{t} - t}{t - t_\mathrm{s}} = 8\,\text{litrů} \cdot \frac{57\,°\mathrm{C} - 37\,°\mathrm{C}}{37\,°\mathrm{C} - 21\,°\mathrm{C}} = 10\,\text{litrů}.$$ **3 body**

b) Výška vody ve vaničce o celkovém objemu $V = V_\mathrm{s} + V_\mathrm{t} = 8\,\mathrm{l} + 10\,\mathrm{l} = 18\,\mathrm{l} = 0{,}018\,\mathrm{m}^3$ bude

$$h_\mathrm{v} = \frac{V}{S} = \frac{0{,}018\,\mathrm{m}^3}{0{,}324\,\mathrm{m}^2} \doteq 0{,}055\,556\,\mathrm{m} \doteq 5{,}6\,\mathrm{cm}.$$ **2 body**

c) Pokud se bude dolévat pouze teplá voda o objemu V'_t do studené vody o objemu $V'_\mathrm{s} = 8\,\mathrm{l}$, potom obdobně jako v a) můžeme psát

$$V'_\mathrm{s} \varrho c\,(t - t_\mathrm{s}) = V'_\mathrm{t} \varrho c\,(t_\mathrm{t} - t)\,,$$

odkud vyjádříme

$$V'_\mathrm{t} = V'_\mathrm{s} \frac{t - t_\mathrm{s}}{t_\mathrm{t} - t} = 8\,\text{litrů} \cdot \frac{37\,°\mathrm{C} - 21\,°\mathrm{C}}{57\,°\mathrm{C} - 37\,°\mathrm{C}} = 6{,}4\,\text{litru}.$$ **3 body**

d) Výška vody ve vaničce o celkovém objemu $V' = V'_\mathrm{s} + V'_\mathrm{t} = 8\,\mathrm{l} + 6{,}4\,\mathrm{l} = 14{,}4\,\mathrm{l} = 0{,}014\,4\,\mathrm{m}^3$ bude

$$h'_\mathrm{v} = \frac{V'}{S} = \frac{0{,}014\,4\,\mathrm{m}^3}{0{,}324\,\mathrm{m}^2} \doteq 0{,}044\,444\,\mathrm{m} \doteq 4{,}4\,\mathrm{cm}.$$ **2 body**

FO60F2–3: Dva kusy dřeva

a) Z Archimédova zákona plyne pro část objemu V_p ponořenou pod hladinou a část V_1 vyčnívající nad hladinou u borového dřeva

$$V \varrho_1 g = V_\mathrm{p} \varrho_0 g = (V - V_1)\,\varrho_0 g;$$

odtud pro zadaný objem $V = 1\,\mathrm{dm}^3 = 1\,000\,\mathrm{cm}^3$ vyjádříme

$$V_1 = V \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_0} = 1\,000\,\mathrm{cm}^3 \cdot \frac{1\,\mathrm{g/cm}^3 - 0{,}7\,\mathrm{g/cm}^3}{1\,\mathrm{g/cm}^3} = 300\,\mathrm{cm}^3 = 0{,}30\,\mathrm{dm}^3.$$

Podobně pro modřínové dřevo

$$V_2 = V \frac{\varrho_0 - \varrho_2}{\varrho_0} = 1\,000\,\mathrm{cm}^3 \cdot \frac{1\,\mathrm{g/cm}^3 - 0{,}65\,\mathrm{g/cm}^3}{1\,\mathrm{g/cm}^3} = 350\,\mathrm{cm}^3 = 0{,}35\,\mathrm{dm}^3.$$

3 body

b) Při ponoření kusu borového dřeva na něj působí vztlaková síla $F_\mathrm{vz1} = V \varrho_0 g$ a tíhová síla $F_\mathrm{g1} = V \varrho_1 g$. Protože $\varrho_0 > \varrho_1$ a proto také $F_\mathrm{vz1} > F_\mathrm{g1}$. Musíme působit proti vztlakové síle silou o velikosti

$$F_1 = F_\mathrm{vz1} - F_\mathrm{g1} = V\,(\varrho_0 - \varrho_1)\,g = V_1 \varrho_0 g =$$
$$= 0{,}000\,3\,\mathrm{m}^3 \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 2{,}94\,\mathrm{N} \doteq 2{,}9\,\mathrm{N}.$$

Podobně pro kus smrkového dřeva vychází

$$F_2 = F_{\mathrm{vz2}} - F_{\mathrm{g2}} = V\left(\varrho_0 - \varrho_2\right) g = V_2 \varrho_0 g =$$
$$= 0{,}000\,35\,\mathrm{m^3} \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 3{,}43\,\mathrm{N} \doteq 3{,}4\,\mathrm{N}.$$

3 body

c) Z podmínky rovnováhy pro kus borového dřeva s tělesem z hliníku o objemu V_{Al1} plyne

$$\left(V \varrho_1 + V_{\mathrm{Al1}} \varrho_3\right) g = \left(V + V_{\mathrm{Al1}}\right) \varrho_0 g$$

vyjádříme

$$V_{\mathrm{Al1}} = V \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_3 - \varrho_0} = 1\,000\,\mathrm{cm^3} \cdot \frac{1\,\mathrm{g/cm^3} - 0{,}70\,\mathrm{g/cm^3}}{2{,}7\,\mathrm{g/cm^3} - 1\,\mathrm{g/cm^3}} \doteq 176{,}47\,\mathrm{cm^3} \doteq 0{,}18\,\mathrm{dm^3}.$$

Podobně pro kus modřínového dřeva získáváme

$$V_{\mathrm{Al2}} = V \frac{\varrho_0 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_0} = 1\,000\,\mathrm{cm^3} \cdot \frac{1\,\mathrm{g/cm^3} - 0{,}65\,\mathrm{g/cm^3}}{2{,}7\,\mathrm{g/cm^3} - 1\,\mathrm{g/cm^3}} \doteq 205{,}88\,\mathrm{cm^3} \doteq 0{,}21\,\mathrm{dm^3}.$$

4 body

FO60F2–4: Turista na mostě

a) Rychlost vlaku $v_2 = 54\,\mathrm{km/h} = 15\,\mathrm{m/s}$. Když turista doběhne na konec mostu, je vlak ještě ve vzdálenosti l. Protože se turista a vlak pohybují proti sobě, doběhne turista na konec mostu za dobu

$$t_1 = \frac{s - l}{v_1 + v_2} = \frac{300\,\mathrm{m} - 60\,\mathrm{m}}{5\,\mathrm{m/s} + 15\,\mathrm{m/s}} = 12\,\mathrm{s}.$$

3 body

b) Turista za tuto dobu uběhl vzdálenost

$$s_1 = v_1 t_1 = 5{,}0\,\mathrm{m/s} \cdot 12\,\mathrm{s} = 60\,\mathrm{m}.$$

Délka mostu je tedy

$$L = 2\left(d + s_1\right) = 2 \cdot (50\,\mathrm{m} + 60\,\mathrm{m}) = 220\,\mathrm{m}.$$

2 body

c) Na druhý konec mostu doběhne turista za dobu

$$t_2 = \frac{d + \frac{L}{2}}{v_1} = \frac{50\,\mathrm{m} + \frac{220\,\mathrm{m}}{2}}{5\,\mathrm{m/s}} = 32\,\mathrm{s}.$$

Vlak za tu dobu ujede vzdálenost

$$s_2 = v_2 t_2 = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 32\,\mathrm{s} = 480\,\mathrm{m}.$$

Protože na začátku byl ve vzdálenosti $s_3 = s - s_1 = 300\,\mathrm{m} - 60\,\mathrm{m} = 240\,\mathrm{m}$ před mostem a most má délku $L = 220\,\mathrm{m}$, bude nyní čelo vlaku ve vzdálenosti

$$d_1 = s_2 - L - s_3 = 480\,\mathrm{m} - 220\,\mathrm{m} - 240\,\mathrm{m} = 20\,\mathrm{m}$$

za mostem.

2 body

d) Označme hledaný čas t_3. Vlak za tuto dobu musí ujet o vzdálenost s více, než uběhne turista, a pohybuje se vzhledem k turistovi rychlostí $v_2 - v_1$. Pro čas t_3 tak vychází

$$t_3 = \frac{s}{v_2 - v_1} = \frac{300\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s} - 5\,\mathrm{m/s}} = 30\,\mathrm{s}.$$

Turista za tuto dobu uběhne vzdálenost

$$s_4 = v_1 t_3 = 5\,\mathrm{m/s} \cdot 30\,\mathrm{s} = 150\,\mathrm{m}.$$

Bude se tedy nacházet ve vzdálenosti

$$d_4 = \frac{L}{2} + d - s_4 = \frac{220\,\mathrm{m}}{2} + 50\,\mathrm{m} - 150\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{m}$$

před koncem mostu. **3 body**

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Lenka Podzimková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z databází `https://www.vecteezy.com` a `https://cz.depositphotos.com`.