Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 61. ročníku FO

SLANÝ 2020

1. Čočka a stínítko

Bodový zdroj světla se nachází ve vzdálenosti L od stínítka. Mezi zdroj a stínítko umístíme tenkou spojnou čočku o průměru D, s ohniskovou vzdáleností f, kterou můžeme volně posunovat po její ose. Osa je kolmá ke stínítku a na ose leží bodový zdroj světla.

a) Jaký musí být vztah mezi ohniskovou vzdáleností f a vzdáleností L stínítka od zdroje, má-li na stínítku vzniknout ostrý obraz?

b) Nyní posuneme stínítko blíže ke zdroji. V jaké vzdálenosti x od zdroje musíme při daném L' a f umístit čočku, aby plocha osvětleného kruhu na stínítku byla minimální, a jaký bude průměr d tohoto kruhu?

c) Jaký bude průměr tohoto kruhu při zadaném L' a f v případě, že $x = \dfrac{f}{2}$?

2. Supertěžká voda

V tepelně izolované nádobě se pod lehkým, volně pohyblivým, pístem při atmosférickém tlaku $p = 10^5$ Pa nachází $m = 11{,}0$ g supertěžké vody T_2O v kapalném stavu o teplotě $t_1 = 0$ °C. Molární hmotnost těžké vody je $M_m = 22 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$. Jádra tritia (T, $A_r = 3$) jsou radioaktivní. Při rozpadu jednoho molu jader tritia se uvolní energie $E = 1{,}79$ GJ. Poločas přeměny tritia je 12,32 let. Při výpočtech předpokládejte, že se každou sekundu rozpadne $N_1 = 1{,}07 \cdot 10^{15}$ jeho jader. Předpokládejte, že se 95 % uvolněné energie využije k zahřátí supertěžké vody.

Molární tepelná kapacita supertěžké vody $C = 75{,}6\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$, molární tepelná kapacita její páry za stálého tlaku je $C_p = 33{,}2\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$, molární skupenské teplo vypařování $L_{mv} = 40\ \mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$, teplota varu je blízká teplotě varu vody $t_2 = 100$ °C.

a) Jakou dobu τ_1 bude trvat ohřátí vody k bodu varu?

b) Jakou dobu τ_2 od začátku pokusu bude trvat, než se všechna voda vypaří?

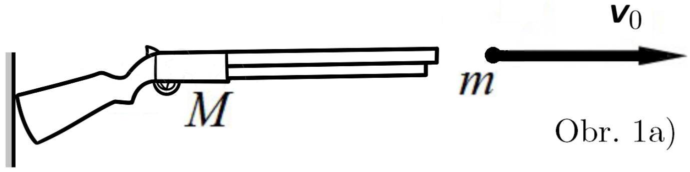
c) Jaká teplota bude v nádobě za dobu $\tau_3 = 2{,}5$ h po začátku pokusu a jaký bude objem páry v nádobě?

d) Dokažte, že můžeme předpokládat stálou aktivitu tritia během našeho pokusu.

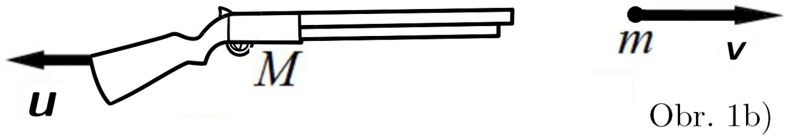
Avogadrova konstanta $N_A = 6{,}0 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$, molární plynová konstanta $R = 8{,}3\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$.

3. Mössbauerův jev

Za normálních podmínek dojde při emisi gama kvanta k zpětnému rázu atomového jádra. Podle velikosti zpětného rázu se mění energie (frekvence) emitovaného záření. Při nízkých teplotách se jádro stává natolik pevnou součástí krystalové mříže, že ta absorbuje energii zpětného rázu. Energii emitovaného gama kvanta lze pak určit jako rozdíl energií excitovaného a základního stavu jádra a je tedy dobře definována. Tento jev objevil německý fyzik Rudolf Ludwig Mössbauer, narozený v roce 1929, který za tento objev získal v roce 1961 Nobelovu cenu.



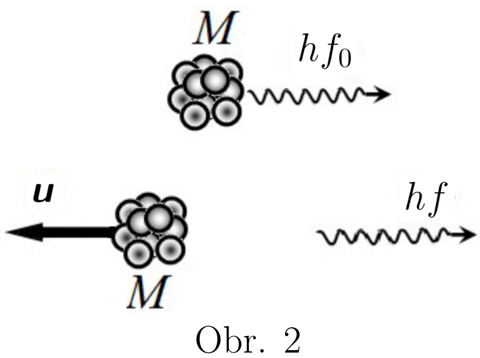
Obr. 1a)



Obr. 1b)

a) Puška o hmotnosti M je opřená o pevnou stěnu. Při výstřelu opouští náboj hlaveň pušky rychlostí o velikosti v_0 (obr. 1a). Poměr hmotností náboje a pušky je $\mu = \frac{m}{M}$. Energie E_0 dodaná spálenými plyny, která se uvolní při každém výstřelu, je nezávislá na pohybu pušky a je rovna kinetické energii střely vzhledem k pušce.
Jaká by byla velikost rychlosti náboje v, kdyby puška nebyla opřena o stěnu, ale mohla se volně pohybovat (obr. 1b)?
Najděte relativní změnu velikosti rychlosti náboje $\dfrac{\Delta v}{v_0} = \dfrac{v - v_0}{v_0}$ za předpokladu, že hmotnost náboje je v porovnání s hmotností pušky zanedbatelná ($\mu \to 0$).
Najděte relativní změnu energie náboje $\dfrac{\Delta E}{E_0} = \dfrac{E - E_0}{E_0}$ za předpokladu, že hmotnost náboje je v porovnání s hmotností pušky zanedbatelná ($\mu \to 0$). Můžete použít vztahy $\dfrac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - \dfrac{1}{2}x$, $\dfrac{1}{1-x} \approx 1 + x$.

b) Excitované atomové jádro hmotnosti M za velmi nízké teploty (jádro je téměř nehybnou součástí krystalové mřížky) vyzáří foton γ záření o energii hf_0. Excitované jádro za běžné teploty (lze považovat za volné, schopné odskoku) vyzáří foton o energii hf.



Obr. 2

Určete poměr

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}, \text{ kde } \varepsilon = \frac{hf}{Mc^2} \text{ a } \varepsilon_0 = \frac{hf_0}{Mc^2}.$$

Úlohu řešte klasicky (bez uvažování klidové energie) i relativisticky (s uvažováním klidové energie), vztahy porovnejte pro zanedbatelně malé ε_0 ($\varepsilon_0 \to 0$). V relativistické fyzice platí mezi energií a hmotností vztah $E^2 = M^2c^4 + p^2c^2$.

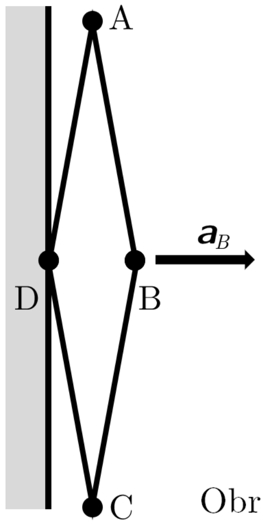
c) Mössbauer použil jádra iridia $^{191}_{77}\mathrm{Ir}$ vyzařující v upevněném stavu kvanta o energii $E_0 = 129$ keV. Určete přibližnou klidovou energii jádra iridia (neuvažujte hmotnostní úbytek), parametr ε_0 a velikost rychlosti u volného jádra iridia po vyzáření kvanta. Hmotnost protonu a neutronu $m_p \cong m_n = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg, rychlost světla $c = 3{,}0 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, elementární náboj $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Jaký je poměr $\dfrac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0}$ fotonů γ opouštějících jádro v tomto případě? Úlohu řešte užitím klasického výsledku části b).

d) Foton gama emitovaný volným jádrem iridia může zasáhnout jiné volné jádro iridia v základním stavu a možná by se v něm mohl absorbovat. Energie fotonu je však snížená zpětným rázem a při absorpci volným jádrem by se další část energie přeměnila na pohyb jádra a teprve zbývající energie fotonu by mohla způsobit excitaci jádra. Mezi dvěma jádry by pak vznikla tzv. rezonance. Pro vznik rezonance je však již energie (frekvence) fotonu malá. Aby dosáhl rezonance, rozhodl se Mössbauer pro zvýšení frekvence fotonů využít Dopplerův jev.
Jakou relativní rychlostí se musel pohybovat zdroj γ kvant směrem k přijímači, který obsahoval rovněž volná jádra $^{191}_{77}\mathrm{Ir}$, aby došlo k rezonanci? Pro změnu frekvence při pohybu zdroje k přijímači platí

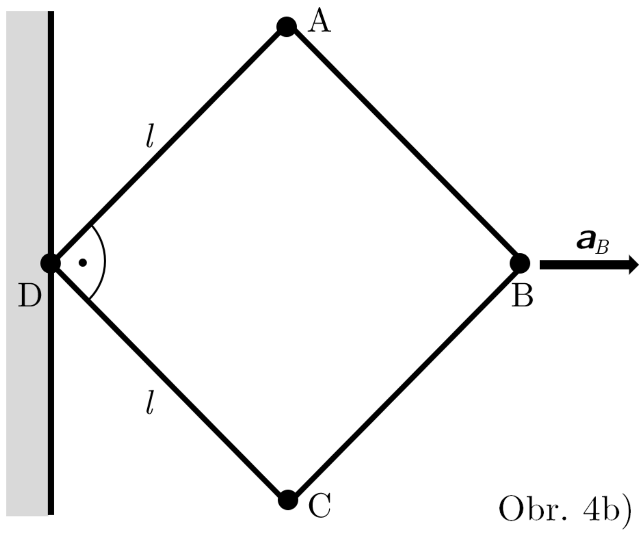
$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \frac{v_0}{c}.$$

4. Pohyb kosočtverce

Kosočtverec ABCD se skládá ze čtyř pevných ramen délky l spojených klouby zanedbatelných rozměrů, které umožňují měnit úhly mezi rameny, ale ramena přitom zůstávají v jedné rovině. Kosočtverec je v bodě D upevněn a na počátku se bod B nachází těsně vedle bodu D (obr. 4a). Nechť se bod B nyní pohybuje s konstantním zrychlením o velikosti a_B vpravo. Určete velikosti a směry rychlostí a zrychlení bodů A, B a C v okamžiku, kdy má kosočtverec tvar čtverce (obr. 4b)



Obr. 4a)



Obr. 4b)