Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 61. ročníku kategorií BCD

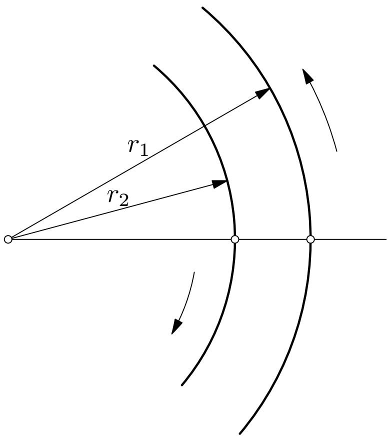
1. Silniční okruh

Městský silniční okruh je tvořen tříproudovými silnicemi v obou směrech. Poloměr středního zeleného dělicího pásu $R = 500$ m, poloměry trajektorií automobilů jedoucích v pravých jízdních pruzích $r_1 = 508$ m, $r_2 = 492$ m (obr. 1). Automobil jedoucí po okruhu ve směru hodinových ručiček jede stálou rychlostí o velikosti $v_0 = 60\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, druhý automobil jedoucí v protisměru jede stálou rychlostí o velikosti v.

a) Automobily se potkaly v určitém místě. Určete vzhledem k této poloze místa dalších dvou setkání, jestliže $v = v_0$. Výsledek vyjádřete v úhlových stupních.

b) Jakou stálou rychlostí se musí pohybovat druhý automobil, aby ke třetímu setkání došlo v témže místě jako k setkání prvnímu?

c) Jakou průměrnou rychlostí v_2 se musí pohybovat třetí automobil jedoucí městem po průměru tohoto okruhu, aby se dvakrát křižoval na nadjezdech s prvním automobilem jedoucím rychlostí v_0 (mimoúrovňové křižování)?



Obr. 1

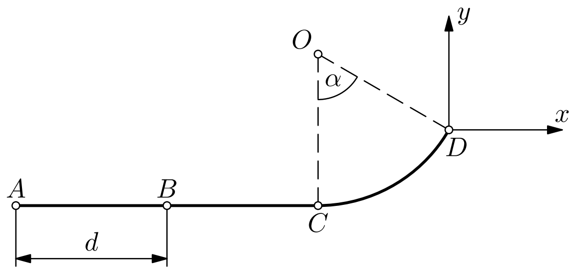
2. Kulička

Kulička o hmotnosti m leží v klidu v bodě A vodorovného přímého úseku žlábku AD. Na kuličku začne působit stálá síla $\boldsymbol{F}$ a působí po úseku $AB = d$. V bodě C pak přejde kulička na kruhový oblouk CD o poloměru R ve svislé rovině (obr. 2), úsečka OC je kolmá k AC, oblouku CD odpovídá středový úhel α.

a) Určete minimální velikost F_{min} síly $\boldsymbol{F}$ tak, aby kulička v bodě D žlábku měla nulovou rychlost.

b) Určete rychlost v_{D} kuličky v bodě D, působí-li na ni na úseku AB stálá síla $\boldsymbol{F}_1$, $F_1 > F_{\mathrm{min}}$. Napište rovnici trajektorie kuličky v soustavě souřadnic Dxy. Stanovte maximální výšku kuličky nad vodorovnou rovinou procházející bodem C.

Kulička se v žlábku smýká se zanedbatelným třením, odpor vzduchu neuvažujeme. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $d = 1{,}0$ m, $m = 0{,}50$ kg, $\alpha = 60°$, $R = 1{,}0$ m, $F_1 = 150$ N, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 2

3. Kalorimetr

Ve válcové kalorimetrické nádobě o poloměru $r = 5{,}0$ cm je voda o hmotnosti $m_1 = 500$ g, ve které plave led o hmotnosti $m_2 = 5{,}0$ g. Soustava je v rovnovážném stavu. Do nádoby ponoříme měděný váleček o hmotnosti $m_3 = 100$ g a teplotě $t_3 = 50$ °C.

a) Jaká bude výsledná teplota vody?

b) O jakou výšku stoupne její hladina 1. ponořenímválečku, 2. roztátím ledu? V obou případech 1. i 2. doložte svá tvrzení příslušnými výpočty.

Tepelné ztráty zanedbejte, nepřihlížejte ani k závislosti hustoty a měrné tepelné kapacity na teplotě. Měrné skupenské teplo tání ledu je $l_\mathrm{t} = 330\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$, měrná tepelná kapacita vody je $c_1 = 4\,200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita mědi je $c_3 = 383\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, hustota mědi je $\varrho_3 = 8\,900\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

4. Miska na pružině

Na svislé pružině o zanedbatelné hmotnosti je zavěšena miska. Když pružinu natáhneme o malou délku a pustíme, začne soustava kmitat s periodou T_1. Když na misku vložíme závaží o hmotnosti m_1, kmitá soustava s periodou T_2, $T_2 > T_1$.

a) Stanovte hmotnost m misky.

b) O jakou délku y můžeme pružinu, na jejíž misce je závaží o hmotnosti m_1, natáhnout, aby při kmitání soustavy závaží na misce nenadskakovalo?

c) Když je na misce závaží o hmotnosti m_1, zaujme miska určitou rovnovážnou polohu. O jakou délku Δy se tato poloha posune, když závaží o hmotnosti m_1 nahradíme závažím o hmotnosti m_2?

d) Vysvětlete, jak se soustava, které se úloha týká, dá použít k měření hmotnosti těles, když máme k dispozici jen stopky a závaží o známé hmotnosti m_1.