

Řešení úloh okresního kola 61. ročníku Fyzikální olympiády

ve školním roce 2019/2020

Kategorie F

Autoři úloh: J. Thomas (3) a I. Volf (1, 2, 4)

FO61F2–1: Kuchtík Patrik

- a) Hmotnost vody v hrníčku $m = m_2 - m_1 = 499 \text{ g} - 236 \text{ g} = 263 \text{ g}$, objem vody (a tím vnitřní objem hrníčku) je

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{263 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = 263 \text{ cm}^3 = 263 \text{ ml}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Hmotnost oleje v hrníčku $m_o = m_3 - m_1 = 478 \text{ g} - 236 \text{ g} = 242 \text{ g}$, hustota oleje vychází

$$\rho_o = \frac{m_o}{V} = \frac{242 \text{ g}}{263 \text{ cm}^3} \doteq 0,92015 \text{ g/cm}^3 \doteq 0,92 \text{ g/cm}^3 = 920 \text{ kg/m}^3. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- c) Jestliže 300 cm^3 má hmotnost $200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$, potom hustota sypané mouky je $\rho_m = \frac{2}{3} \text{ g/cm}^3 \doteq 0,66667 \text{ g/cm}^3$ a hmotnost mouky v jednom plném hrníčku

$$m_m = \rho_m V = 0,66667 \text{ g/cm}^3 \cdot 263 \text{ cm}^3 \doteq 175,33 \text{ g} \doteq 175 \text{ g}.$$

Když Patrik vysypal hrníček do těsta třikrát, bylo mouky celkem $m_5 = 3 \cdot 175,33 \text{ g} \doteq 526 \text{ g}$. $\mathbf{3 \text{ body}}$

- d) Když připočteme hmotnost cukru $m_4 = 120 \text{ g}$, bude hmotnost těsta celkem

$$m = m + m_o + m_4 + m_5 = 263 \text{ g} + 242 \text{ g} + 120 \text{ g} + 526 \text{ g} = 1151 \text{ g} \doteq 1150 \text{ g}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

FO61F2–2: Trénink automobilu

- a) Rychlosti převedeme na m/s : $v_1 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$, $v_2 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, $v_3 = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$. Pro hledané doby, za něž automobil projede jednotlivé úseky použijeme vztah $t_i = s_i/v_i$ a obdržíme postupně

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{1200 \text{ m}}{30 \text{ m/s}} = 40 \text{ s}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{1500 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 60 \text{ s}, \quad t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{1050 \text{ m}}{35 \text{ m/s}} = 30 \text{ s}.$$

Graf je na obr. 1 znázorněn modrou čarou, červená čára odpovídá opačnému směru pohybu v části c). $\mathbf{3 \text{ body}}$

- b) Průměrnou rychlost určíme z celkové ujeté dráhy a času, který byl k tomu potřeba, tedy

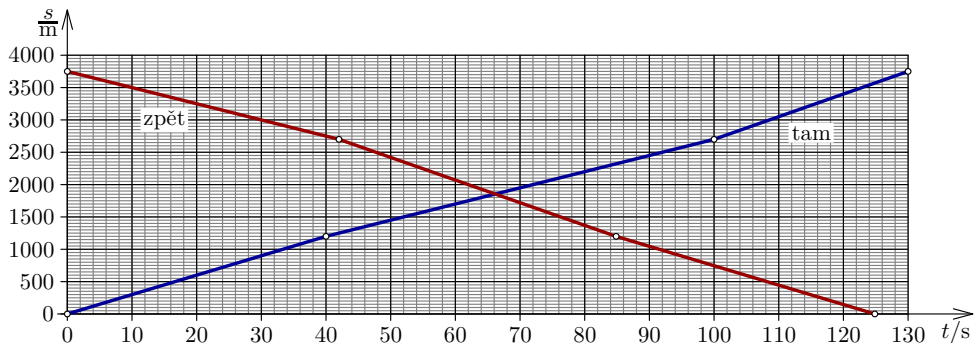
$$v_{p1} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{1200 \text{ m} + 1500 \text{ m} + 1050 \text{ m}}{40 \text{ s} + 60 \text{ s} + 30 \text{ s}} = \frac{3750 \text{ m}}{130 \text{ s}} \doteq 28,846 \text{ m/s} \doteq 28,8 \text{ m/s} \doteq 103,85 \text{ km/h} \doteq 104 \text{ km/h}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Pro časy, za něž automobil projede jednotlivé úseky, nyní platí

$$t'_1 = \frac{s_3}{v_2} = \frac{1050 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 42 \text{ s}, \quad t'_2 = \frac{s_2}{v_3} = \frac{1500 \text{ m}}{35 \text{ m/s}} \doteq 42,857 \text{ s} \doteq 43 \text{ s}, \quad t'_3 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{1200 \text{ m}}{30 \text{ m/s}} = 40 \text{ s}.$$

Graf je na obr. 1 (červená čára). $\mathbf{3 \text{ body}}$

- d) Průměrnou rychlost určíme opět z celkové ujeté dráhy a času, který byl k tomu



Obr. 1: Závislost $s = s(t)$ pro pohyb automobilu

potřeba, tedy

$$v_{p2} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t'_1 + t'_2 + t'_3} = \frac{1\,200\text{ m} + 1\,500\text{ m} + 1\,050\text{ m}}{42\text{ s} + 42,857\text{ s} + 40\text{ s}} = \frac{3\,750\text{ m}}{124,857\text{ s}} \doteq 30,034\text{ m/s} \doteq 30,0\text{ m/s} \doteq 108,12\text{ km/h} \doteq 108\text{ km/h} > v_{p1}.$$

Je tedy vyšší než průměrná rychlost v_{p1} vypočítaná v části b).

2 body

FO61F2-3: Podvodní sonda

a) Hydrostatický tlak závisí na hloubce ponoření podle vztahu

$$p = p_a + h\rho g,$$

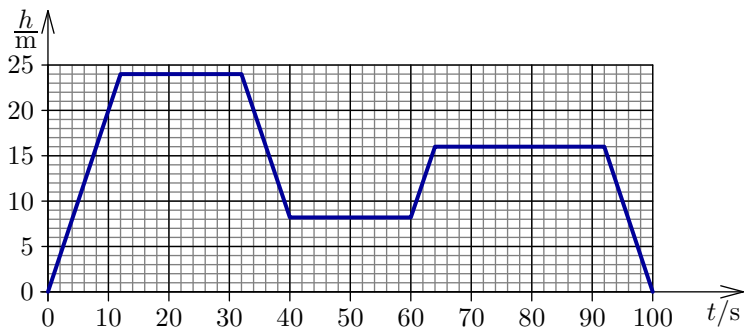
kde $p_a = 100\text{ kPa}$ je atmosférický tlak. Odtud vyjádříme

$$h = \frac{p - p_a}{\rho g}.$$

Do tabulky zaznameneáme závislost tlaku a vypočtené hloubky na čase a sestrojíme graf (hodnoty výšky jsou zaokrouhleny na dvě platné číslice):

t/s	0	12	32	40	60	64	92	100
p/kPa	100	340	340	180	180	260	260	100
h/m	0	24	24	8,2	8,2	16	16	0

Graf závislosti hloubky ponoření sondy na čase $h = h(t)$ je na obr. 2.



Obr. 2: Graf závislosti hloubky ponoření sondy na čase $h = h(t)$

Největší hloubka ponoření sondy je 24 m.

5 bodů

Poznámka: Při záměně os grafu by graf neměl být uznán jako úplně správný, v takovém případě doporučujeme snížit hodnocení o 1 bod. Pokud naopak soutěžící budou počítat s hodnotou tíhového zrychlení $g = 10 \text{ N/kg} = 10 \text{ m/s}^2$, doporučujeme výsledky považovat za správné (lišit se při daném zaokrouhlení budou pro hloubku 8,2 m, kde pak vyjde 8,0 m).

- b) Sonda se za 12 s ponořila do hloubky, pohybovala se prvních 12 s svisle dolů. Po příštích $t_1 = 20 \text{ s}$ zůstává ve stejné hloubce, může tedy urazit vzdálenost ve vodorovném směru $s_1 = vt_1 = 2 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} = 40 \text{ m}$. Po dalších osmi sekundách sonda vystoupá do hloubky 8 m, tj. svisle vzhůru blíže k hladině. Dalších $t_2 = 20 \text{ s}$ je ve stejné hloubce, urazí tedy opět ve vodorovném směru maximálně vzdálenost $s_2 = vt_2 = 2 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} = 40 \text{ m}$. Další 4 s se pohybuje svisle dolů, v dalších $t_3 = 28 \text{ s}$ je ve stejné hloubce a urazí ve vodorovném směru nejvýše vzdálenost $s_3 = vt_3 = 2 \text{ m/s} \cdot 28 \text{ s} = 56 \text{ m}$. Posledních 8 s sonda stoupá k hladině. Sonda se tedy může od místa vypuštění ve vodorovném směru vzdálit nejvýše o
- $$s = s_1 + s_2 + s_3 = 40 \text{ m} + 40 \text{ m} + 56 \text{ m} = 136 \text{ m}. \quad \mathbf{5 \text{ bodů}}$$

FO61F2–4: Osobní výtah

Výtah má hmotnost klece $m_1 = 150 \text{ kg}$, hmotnost osob $m_2 = 250 \text{ kg}$, celková hmotnost výtahu s osobami $m = m_1 + m_2 = 150 \text{ kg} + 250 \text{ kg} = 400 \text{ kg}$. Výtah vystoupá do výšky $h = 45 \text{ m}$ za dobu $t = 1,5 \text{ min} = 90 \text{ s}$.

- a) Užitečná práce na zvedání osob

$$W_1 = m_2gh = 250 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 45 \text{ m} = 110,25 \text{ kJ} \doteq 110 \text{ kJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Při zvedání prázdného výtahu se koná práce

$$W_2 = m_1gh = 150 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 45 \text{ m} = 66,15 \text{ kJ} \doteq 66 \text{ kJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Celková práce při stoupaní kabiny s lidmi

$$W = m_2gh = (m + m_1)gh = W_1 + W_2 = 110,25 \text{ kJ} + 66,15 \text{ kJ} = 176,4 \text{ kJ} \doteq 180 \text{ kJ}.$$

Pro poměr užitečné a celkové práce vychází

$$p = \frac{W_1}{W} = \frac{110,25 \text{ kJ}}{176,4 \text{ kJ}} = 0,625 \doteq 63\%. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- d) Užitečný výkon vychází

$$P_1 = \frac{W_1}{t} = \frac{110,25 \text{ kJ}}{90 \text{ s}} = 1,225 \text{ kW} \doteq 1,2 \text{ kW},$$

celkový výkon

$$P = \frac{W}{t} = \frac{176,4 \text{ kJ}}{90 \text{ s}} = 1,96 \text{ kW} \doteq 2,0 \text{ kW}.$$

Poměr $p = P_1/P = W_1/W = 0,625 \doteq 63\%$.

3 body

- e) Tíha prázdné klece a tíha protizávaží se vyrovnají; elektromotor uvádí sice do pohybu těžší soustavu ($2m_1 + m_2 = 2 \cdot 150 \text{ kg} + 250 \text{ kg} = 550 \text{ kg}$), ale zvedá jen osoby o hmotnosti $m_2 = 250 \text{ kg}$.

1 bod

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Miroslava Maňásková, Lenka Podzimková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem.