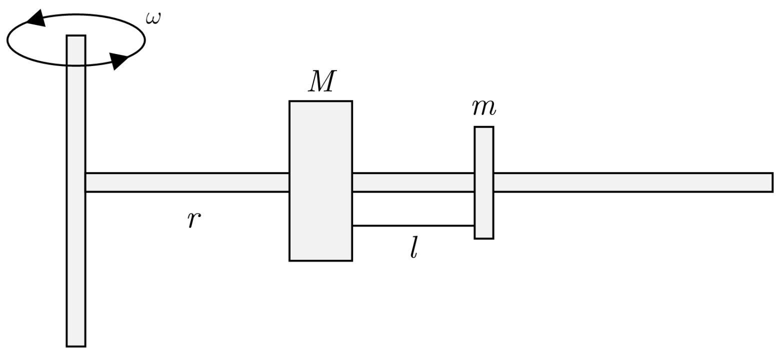
Zadání úloh 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Rotující tyč s tělesy

Na tyči, která rotuje kolem jednoho svého konce ve vodorovné rovině, jsou umístěna dvě tělesa, spojená napjatou nití (obr. 1). Těleso blíže k ose otáčení má hmotnost M a součinitel tření mezi tělesem a tyčí je f. Na počátku jsou obě tělesa vůči tyči v klidu a bližší těleso je vzdálenosti r od osy otáčení.

Těleso vzdálenější od osy otáčení má hmotnost m a může se po tyči pohybovat bez tření. Na počátku je od osy otáčení ve vzdálenosti $r + l$.



Obr. 1

Jak závisí velikost síly T napínající nit na úhlové frekvenci otáčení tyče? Sestrojte graf této závislosti.

Úlohu řešte obecně, graf sestrojte pro hodnoty: $M = 0{,}1$ kg, $m = 0{,}05$ kg, $f = 0{,}1$, $r = 0{,}1$ m, $l = 0{,}04$ m, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

2. Výbuch časovaného granátu

Časovaný granát o hmotnosti $m = 600$ kg byl vystřelen počáteční rychlostí $v_0 = 6{,}2 \cdot 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pod úhlem $\alpha = 45°$. Po době $t_0 = 30$ s od výstřelu se granát roztrhne na velké množství drobných úlomků, které se rozletí do všech stran rychlostmi o velikostech od 0 do $u = 1{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ tak, že vznikne homogenní mračno úlomků.

a) Za jakou dobu Δt dospěje zvuk výbuchu do místa výstřelu? Rychlost zvuku ve vzduchu $v_z = 3{,}3 \cdot 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

b) Určete souřadnice x_0 a y_0 místa výbuchu granátu vzhledem k místu, odkud bylo vystřeleno.

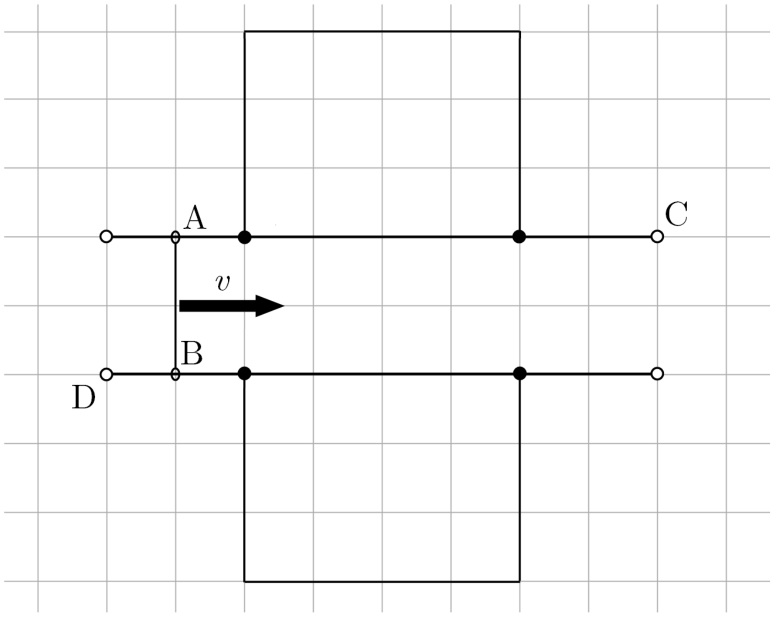
c) Určete tvar a polohu „mračna“ úlomků v čase $\tau_1 = 20$ s po výbuchu granátu. Kolik procent úlomků je ještě ve vzduchu?

d) Určete tvar a polohu mračna úlomků v čase $\tau_2 = 60$ s po výbuchu granátu. Jaká část původní hmotnosti granátu bude ještě ve vzduchu?

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Objem kulového vrchlíku $V_1 = \frac{1}{6}\pi v \left(3r_1^2 + v^2\right)$, kde v je výška vrchlíku (výška úseče od středu podstavy úseče k vrcholu úseče – pólu) a r_1 poloměr kruhové podstavy úseče.

3. Síť s pohyblivou příčkou

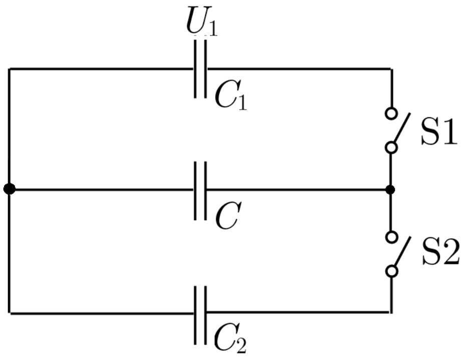
Síť je sestavena z přímých částí odporového vodiče, jehož 1 m má odpor 7 Ω (obr. 2). Část vodiče AB tvoří pohyblivou příčku, která se pohybuje v naznačeném směru rychlostí o velikosti $v = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Jaký bude maximální a jaký bude minimální odpor mezi body C a D během pohybu příčky? Nakreslete graf závislosti odporu mezi body C a D na čase. Na počátku pohybu bod B ≡ D, na konci pohybu bod A ≡ C. Podkladové čtvercové měřítko má stranu 0,5 m.



Obr. 2

4. Tři kondenzátory

Tři kondenzátory o kapacitách C_1, C, C_2 a dva spínače S1, S2 jsou zapojeny podle schématu. V počátečním stavu jsou oba spínače rozpojené, na kondenzátoru s kapacitou C_1 je napětí U_1 a na zbývajících kondenzátorech je napětí nulové. Nyní spínač S1 sepneme a rozepneme, poté sepneme a rozepneme spínač S2. V okamžiku sepnutí či rozepnutí je soustava vždy v rovnovážném stavu.



Obr. 3

a) Určete konečné napětí U_2 na kondenzátoru s kapacitou C_2.

b) Určete, při jaké kapacitě C prostředního kondenzátoru bude napětí U_2 na kondenzátoru s kapacitou C_2 maximální a určete toto maximální napětí $U_{2\,\mathrm{max}}$.

c) Zvolme násobné kapacity C_1, $C = 2C_1$, $C_2 = 3C_1$ kondenzátorů. Určete, jaká část původní elektrické energie soustavy se v tomto případě po skončení celého děje přeměnila na vnitřní energii.

5. Zvětšení úsečky

Na optické ose tenké spojné čočky s ohniskovou vzdáleností f leží malá tyčinka, jejíž rozměr je v porovnání s ohniskovou vzdáleností zanedbatelný. Vzdálenější konec tyčinky leží ve vzdálenosti $a_1 = 20$ cm od čočky. Obraz tyčinky za čočkou je $k = 9$krát větší než tyčinka.

a) Jaká je ohnisková vzdálenost čočky?

b) Jak se změní velikost obrazu tyčinky, posuneme-li tyčinku o vzdálenost $\Delta a = 5$ cm směrem od čočky?

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Při řešení můžete použít přibližný vztah

$$\frac{1}{1+x} \approx 1 - x \text{ pro } |x| \ll 1.$$

6. Zvuk lahve

Foukáte-li v blízkosti hrdla lahve, může se vám podařit vytvořit píšťalový zvuk. Jemný až středně silný proud vzduchu přitom musí projít hrdlem podél osy láhve. Vaším úkolem bude studovat závislost frekvence f generovaného zvuku na objemu V vody v láhvi. Při foukání postavte láhev na vodorovnou podložku a přiložte spodní ret na hrdlo lahve. Jemně foukejte a měňte směr proudu vzduchu, dokud neuslyšíte hluboký píšťalový zvuk.

Pomůcky: prázdná lahev o objemu 1 litr (může být skleněná nebo plastová, lépe s užším hrdlem a rovným dnem), odměrný válec o objemu minimálně 100 ml (případně jiná odměrka), chytrý mobilní telefon s nainstalovaným softwarem „Physics Toolbox Sensor Suite" (volně ke stažení na Google Play i App Store), případně program „Spectrum Lab" pro PC s mikrofonem.

a) Proměřte závislost frekvence zvuku na objemu vody uvnitř láhve. V menu softwaru na mobilním telefonu zvolte „Spektrální analyzátor", v případě čistých tónů lze použít i „Tónový detektor". Pro každý objem vody v láhvi proveďte několik měření. Zapište svá měření do tabulky.

b) Teoretickou závislost frekvence na objemu lze popsat vztahem

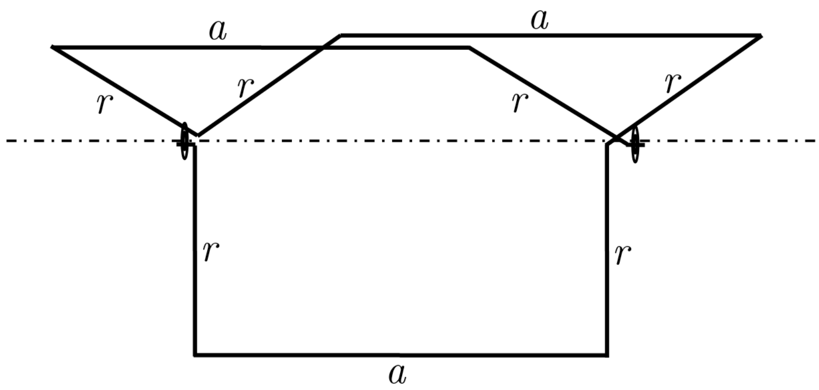
$$f = \sqrt{\frac{A}{V_0 - V}}, \tag{1}$$

kde A je konstanta a V_0 značí objem celé láhve, tedy $V_0 = 1000$ ml. Vztah pro konstantu A je možné odvodit v následujícím modelu. Uvažujme vzduch v oblasti hrdla láhve o objemu v, $v \ll V_0$ a hmotnosti $m = \varrho v$, kde ϱ značí hustotu vzduchu. Tento objem vzduchu se můžu pohybovat nahoru a dolů, zatímco vzduch ve zbytku lahve funguje jako pružina. Jestliže se vzduch v hrdle pohne o malou vzdálenost x, objem vzduchu v láhvi se zmenší o xS, kde S je průřez hrdla lahve. Celý děj je velice rychlý, charakteristické časy jsou v řádu milisekund, považujme ho tedy za adiabatický. Odvoďte teoreticky vztah pro konstantu A.

c) Vhodným způsobem graficky ověřte platnost vztahu (1). Určete číselně konstantu A. Změřte průřez hrdla lahve u jeho ústí. Určete z Vašich výsledků hodnotu objemu v a diskutujte, zda je hodnota realistická. Nemusíte provádět analýzu chyb.

7. Prostorová smyčka v magnetickém poli

Z jednoho kusu vodivého drátu o hmotnosti m je vytvarována prostorová trojitá smyčka, místa dotyku jsou nevodivá. Vodič tak leží ve třech rovinách se společnou vodorovnou průsečnicí, která je současně osou otáčení trojité smyčky neboli rotoru. Roviny vzájemně svírají úhel 120°. Vodiče rovnoběžné s osou otáčení mají délku a, vodiče kolmé k ose otáčení mají délku r.



Obr. 4

Rotor se nachází v prostoru homogenního magnetického pole s magnetickou indukcí svislého směru. Po připojení stejnosměrného zdroje napětí prochází smyčkou stálý proud I.

a) Najděte všechny rovnovážné polohy rotoru.
b) Určete práci, kterou vykoná magnetické pole při otočení rotoru z rovnovážné polohy vratké do rovnovážné polohy stálé.
c) Určete periodu malých kmitů smyčky kolem rovnovážné polohy stálé.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 20$ g, $a = 7{,}0$ cm, $r = 4{,}0$ cm, $B = 0{,}12$ T, $I = 0{,}45$ A.

Indukované napětí způsobené pohybem smyčky v magnetickém poli zanedbejte.