**Úlohy 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády.** *Kategorie B*

## 1. Kapající kyvadlo

Kyvadlo o délce $l$, zavěšené u stropu místnosti, je tvořeno malou nádobkou s vodou. Z otvoru ve dně nádobky odkapávají kapky vody. V krajní poloze svírá nit se svislým směrem úhel $\varphi = 5{,}0°$. Doba kmitu tohoto kyvadla, které můžeme považovat za matematické, je $T = 2{,}0$ s.

a) Určete vzdálenost mezi místy, do kterých dopadnou kapky, které opouští kyvadlo při jeho průchodu rovnovážnou polohou. Jak dlouhou mokrou stopu na podlaze místnosti může voda nejvýše vytvořit, je-li výška místnosti $h = 2{,}6$ m?

b) Do jaké hloubky $H$ bychom museli umístit vodorovnou podložku pod kyvadlo nacházející se v rovnovážné poloze, aby kapky, které odkápnou z nádobky v rovnovážné poloze, dopadaly do stejného místa jako kapky, které odkápnou v krajní poloze kyvadla? Řešte obecně, využijte okolnosti, že pro malé úhly platí $\sin\varphi \cong \varphi$, $\cos\varphi = 1 - \dfrac{\varphi^2}{2}$.

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

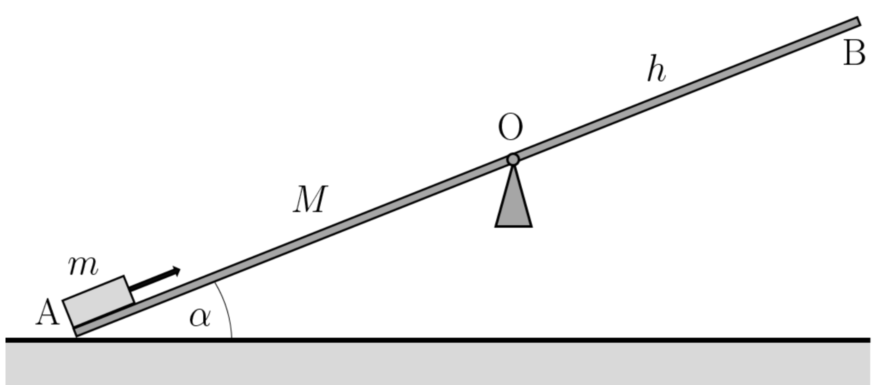
## 2. Nakloněná deska

Úzká hladká deska má hmotnost $M$, délku $l$ a je upevněna ve vzdálenosti $h$ od kratšího konce v kloubu O, kolem kterého se může volně otáčet kolem vodorovné osy. Její delší konec leží na vodorovné podlaze, se kterou svírá úhel $\alpha$. Na spodním okraji desky leží těleso o hmotnosti $m$, kterému udělíme počáteční rychlost $v$ směrem vzhůru po nakloněné rovině (obr. 1).

a) Jakou rychlost musíme udělit tělesu, aby se spodní konec desky odpoutal od vodorovné roviny? V jaké vzdálenosti $x$ od osy otáčení se těleso zastaví?

b) Jaký musí být poměr $\dfrac{M}{m}$, aby tento případ mohl nastat?

c) Jak se změní výsledky a) a b), nebude-li deska dokonale hladká a součinitel tření mezi tělesem a deskou bude $f$?




Obr. 1

Rozměr tělesa je v porovnání s délkou desky zanedbatelný.

## 3. Měrná tepelná kapacita

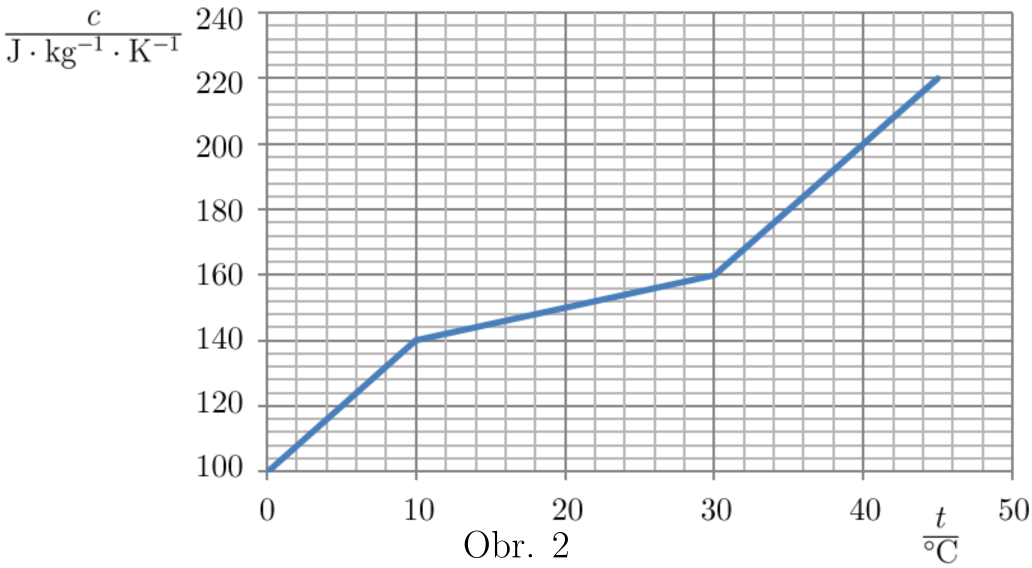
V laboratoři byla vyvinuta nová látka, jejíž měrná tepelná kapacita závisí na teplotě, jak ukazuje graf. V kalorimetru smícháme hmotnost $m_1$ látky, která měla teplotu 0 °C a hmotnost $m_2$ látky, která měla teplotu 40 °C.

Tepelnou kapacitu kalorimetru a ztráty tepla do okolí zanedbejte.

a) Při jakém poměru $\dfrac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 10 °C?

b) Při jakém poměru $\dfrac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 30 °C?

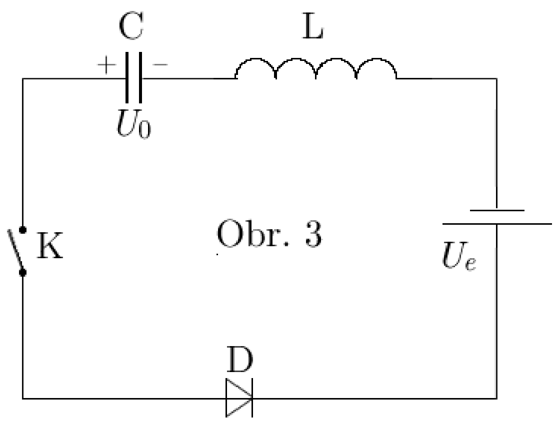
c) Jaká teplota se ustálí v kalorimetru, jestliže v něm smícháme stejná množství této látky ($m_1 = m_2$), která měla teploty 0 °C a 40 °C?




Obr. 2

## 4. Obvod s diodou

Při rozpojeném klíči je na kondenzátoru o kapacitě $C = 20$ μF v obvodu na obrázku napětí $U_0 = 12$ V. Elektromotorické napětí zdroje $U_e = 5$ V, indukčnost cívky $L =$ $= 2$ H. Dioda je ideální.




Obr. 3

a) Jaká bude maximální hodnota proudu $I_m$ v obvodu po zapnutí klíče? Jaký náboj $\Delta Q$ prošel obvodem do dosažení této hodnoty proudu? Jakou práci $W_z$ přitom vykonal zdroj?

b) Jaké napětí $U_k$ bude na kondenzátoru po ustavení rovnováhy po zapnutí klíče?

## 5. Nabíjení elektromobilu

Elektromobil Tesla model S má průměrnou spotřebu elektrické energie 240 Wh na kilometr. Spalovací motor automobilu stejné velikosti má průměrnou spotřebu 8,0 litrů na 100 km.

Hustota benzinu $\rho = 750\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, výhřevnost benzinu $H = 43{,}5 \cdot 10^6\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

a) Porovnejte množství energie potřebné pro ujetí jednoho kilometru pro elektrický a benzinový pohon. Jaký je poměr těchto energií?
b) Porovnejte mechanickou práci v obou případech s uvážením skutečnosti, že účinnost přeměny elektrické energie v elektromotoru je řádově 90 %, kdežto účinnost spalovacího motoru s turbodmychadlem 30 %.
c) Elektromobil lze nabíjet jak z klasické jednofázové zásuvky, tak ze zásuvky třífázové. Vypočtěte, jak dlouho bude trvat nabíjení 85 kWh akumulátoru, jestliže k nabíjení použijeme jednu fázi s napětím 230 V a stálým proudem 16 A, a jak dlouho by trvalo nabíjení třífázovým napětím 400 V, a stálým proudem 32 A. Uvažujte, že účinnost nabíjení je 85 %. Jaký dojezd lze v obou případech získat nabíjením po dobu jedné hodiny?

**6. Praktická úloha: Studium kmitů deklinační magnetky**

*Pomůcky:* cívka 300 z/5 A z rozkladného transformátoru, reostat 16 Ω/4 A, ampérmetr, zdroj stejnosměrného napětí 12 V, malá deklinační magnetka, stopky.

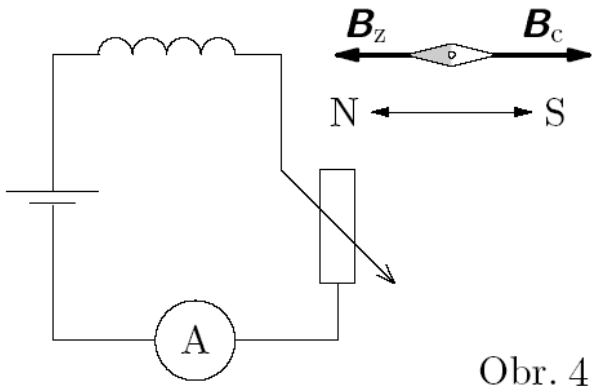
*Úkol:* Ověřte, že závislost periody malých kmitů deklinační magnetky okolo rovnovážné polohy na velikosti $B$ horizontální složky magnetické indukce pole je popsána vztahem

$$T = kB^m, \tag{1}$$

kde $k$ a $m$ jsou konstanty. Určete hodnotu konstanty $m$, která by neměla záviset na použité magnetce.

*Provedení úlohy:*

- Cívku umístíme do vzdálenosti asi 15 cm od magnetky tak, aby její osa splývala s podélnou osou deklinační magnetky. Zdroj napětí připojíme k cívce přes reostat a ampérmetr tak, aby magnetická indukce $\boldsymbol{B}_c$ cívky v místě magnetky měla opačný směr než horizontální složka $\boldsymbol{B}_z$ magnetického pole Země (obr. 4).




Obr. 4

- Proud v obvodu nastavíme na hodnotu $I_0 = 1$ A a vzdálenost cívky od magnetky upravíme tak, aby se magnetka po vychýlení přestala vracet do rovnovážné polohy. Tím dosáhneme rovnosti $B_{c0} = B_z$, kde $B_{c0}$ je velikost magnetické indukce pole cívky v místě magnetky při proudu $I_0$.
- Reostatem postupně nastavíme alespoň 10 různých hodnot proudu $I > I_0$. Pokaždé změříme periodu kmitů magnetky po jejím malém vychýlení z rovnovážné polohy. Výsledky měření zapíšeme do tabulky:

| $i$ | $I/\mathrm{A}$ | $10T/\ \mathrm{s}$ | $T/\ \mathrm{s}$ | $\log(I-I_0)$ | $\log T$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

*Vyhodnocení měření:* Velikost $B_c$ indukce magnetického pole cívky v místě magnetky je přímo úměrná procházejícímu proudu, konstantu úměrnosti označíme $k_1$:

$$B_\mathrm{c} = k_1 I, \quad B_\mathrm{z} = B_\mathrm{c0} = k_1 I_0.$$

Velikost $B$ výsledné horizontální složky magnetické indukce v místě magnetky je tedy

$$B = k_1(I - I_0).$$

Dosazením do (1) dostaneme

$$T = k[k_1(I - I_0)]^m = K(I - I_0)^m, \tag{2}$$

kde $K = k \cdot k_1^m$. Zlogaritmováním vztahu (2) dojdeme k lineárnímu vztahu mezi proměnnými $y = \log T$ a $x = \log(I - I_0)$:

$$\log T = m \log(I - I_0) + \log K, \quad \text{tj.} \ \ y = mx + \log K. \tag{3}$$

*Zpracování naměřených hodnot:*

a) Z výsledků měření sestrojte graf funkce (3).

b) Z grafu funkce (3) určete konstantu $m$ a vyjádřete ji ve tvaru $m \approx \dfrac{p}{q}$, kde $p$, $q$ jsou malá celá čísla.

c) Určete fyzikální rozměr konstanty $k$ ze vztahu (1).

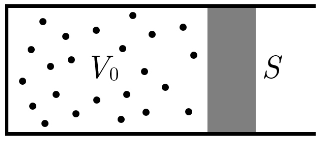
*Poznámky:* Je třeba použít magnetku malých rozměrů, u velkých dochází k tlumení. Magnetku vychýlit jen o malý úhel do 20°. Cívku a magnetku umístit na dřevěný stůl co nejdále od kovových předmětů – připojení ke zdroji, reostatu ampérmetru provést dlouhými vodiči. Zpracování naměřených hodnot doporučujeme provést v Excelu – zvolit *XY bodový graf*, *přidat spojnici trendu* a zobrazit rovnici regrese a koeficient spolehlivosti.

## 7. Plyn jako pružina

Ideální dvouatomový plyn vyplňuje vodorovně umístěnou válcovou nádobu uzavřenou pohyblivým pístem, který se může pohybovat bez tření. Stěny nádoby jsou dokonale vodivé. Plocha pístu je $S = 200\ \mathrm{cm}^2$, počáteční objem nádoby je $V_0 = 3{,}0\ \mathrm{l}$. Okolní atmosférický tlak je $p_0 = 101\ \mathrm{kPa}$.

a) Dokažte, že při malých posunutích pístu, způsobených vnější silou, se plyn chová jako pružina při jejím stlačování a určete „tuhost“ $k$ této pružiny.

b) Ukažte, že při malých posunutích pístu platí Hookův zákon a určete velikost Youngova modulu pružnosti $E$.



Obr. 5

c) Určete „tuhost“ plynného tělesa $k_1$ a velikost modulu pružnosti $E_1$ v případě, že nádoba bude dokonale tepelně izolovaná.

Pro malá $x$ platí: $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots$ Můžete také použít úpravu: $\frac{1}{1+x} = \frac{1-x}{1-x^2}$ a pak provést aproximaci zanedbáním kvadratického členu.