Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy celostátního kola 63. ročníku FO kategorie A

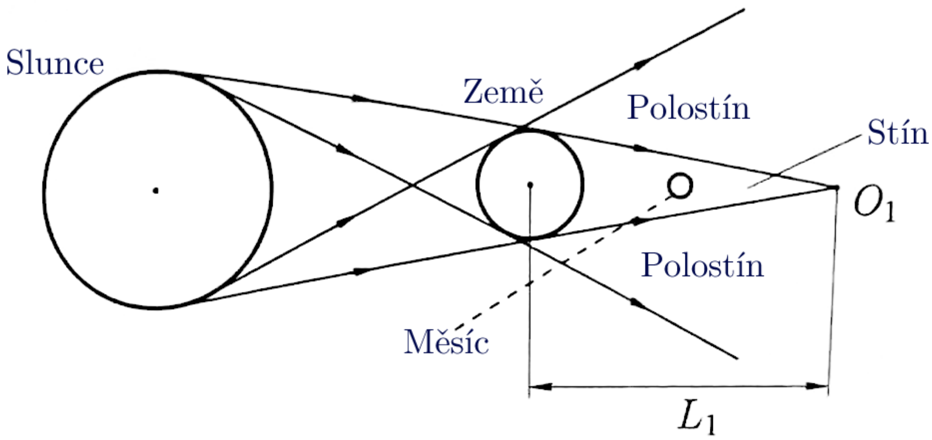
1. Zatmění Měsíce

Slunce není bodovým zdrojem světla. Pozorujeme-li Měsíc ze Země, má úhlovou velikost $2\delta = 0{,}52°$. Proto je oblast zastíněná Zemí při zatmění Měsíce konečná.

a) V první části řešení zanedbejte lom slunečního světla v atmosféře. Do jaké vzdálenosti L_1 dosahuje od středu Země plný stín? Určete dobu trvání úplného zatmění Měsíce v tomto případě.

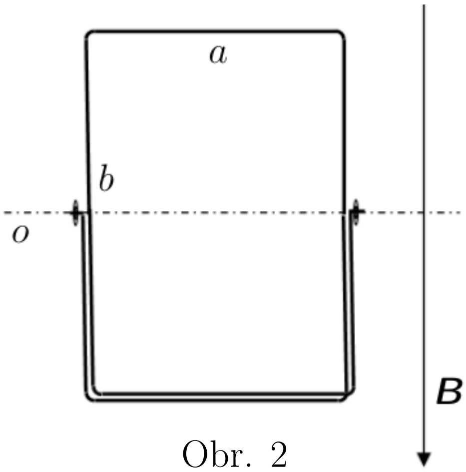
b) Ve skutečnosti lom světla v atmosféře významně ovlivňuje velikost oblasti úplného stínu. Předpokládejte, že výška atmosféry je $h = 8$ km a průměrný index lomu je $n = 1{,}000\,28$. Předpokládejte, že hranice úplného stínu je tvořena paprsky tečnými k povrchu Země. Určete do jaké maximální vzdálenosti L_2 od středu Země dosahuje plný stín v tomto případě.

Poloměr Země je $R = 6\,400$ km, tíhové zrychlení je $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, úhlová velikost Měsíce při pozorování ze Země nechť je stejná jako úhlová velikost Slunce 2δ, doba oběhu Měsíce kolem Země je $T_0 = 27{,}3$ dne. Zanedbejte pohyb Země kolem Slunce. Všechny potřebné údaje (vzdálenosti těles) určete pouze z údajů v zadání, tj. bez použití tabulek. Vzdálenost Země–Měsíc je mnohem menší než vzdálenost Země–Slunce.



Obr. 1

2. Smyčka v magnetickém poli



Obr. 2

Obdélníkovou smyčku tvoří měděný vodič vytvarovaný do jednoho a půl závitu. Hmotnost smyčky je m, podélný rozměr a, příčný rozměr b. Smyčka je otočná kolem vodorovné osy o a zaujímá rovnovážnou polohu stálou. Celá smyčka a její akční prostor se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci $\boldsymbol{B}$ ve svislém směru. Po připojení zdroje stejnosměrného napětí ke koncovým bodům smyčky zaujme smyčka po ustálení novou rovnovážnou polohu určenou úhlem vychýlení α z předchozí rovnovážné polohy.

a) Určete periodu T_0 malých kmitů smyčky kolem své stálé rovnovážné polohy bez připojeného zdroje napětí.

b) Určete proud I tekoucí smyčkou po připojení zdroje napětí.

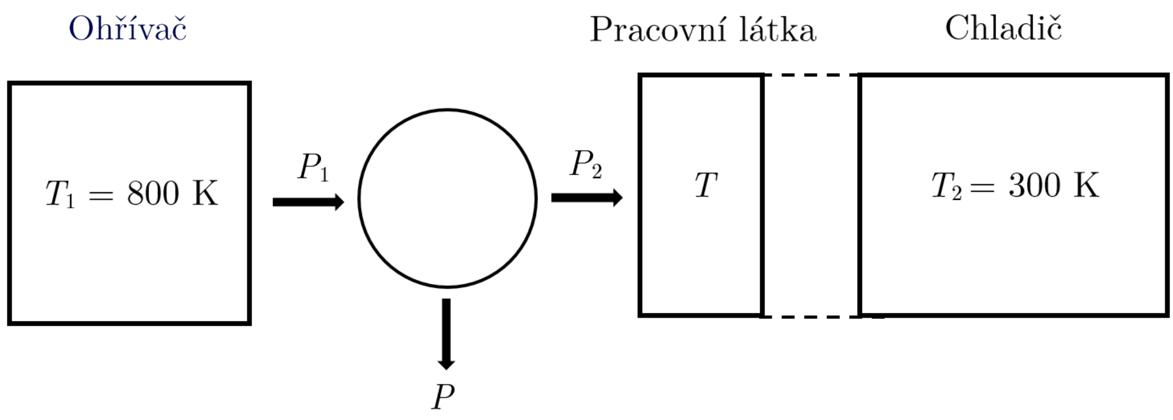
c) Označme T periodu malých kmitů smyčky kolem rovnovážné polohy po připojení zdroje napětí. Určete poměr T/T_0.

d) Při připojeném zdroji napětí (beze změny polarity) existuje ještě jedna rovnovážná poloha smyčky. Určete práci nutnou k přetočení smyčky z jedné rovnovážné polohy do druhé.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $a = 6{,}0$ cm, $b = 8{,}0$ cm, $m = 8{,}5$ g, $B = 0{,}12$ T, $\alpha = 35°$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Indukované napětí způsobené pohybem smyčky v magnetickém poli zanedbejte.

3. Tepelný motor

Tepelný motor pracuje v Carnotově cyklu s ohřívačem o teplotě $T_1 = 800$ K. Tepelná výměna mezi pracovní látkou a chladičem o teplotě $T_2 = 300$ K probíhá při teplotě T skrze velmi hmotné těleso izolované od okolí. Těleso přenáší tepelný výkon P_2 odebíraný motoru k chladiči tepelným vedením dle funkčního předpisu $P_2 = \alpha(T - T_2)$, kde $\alpha = 1{,}00$ kW $\cdot$ K^{-1} (viz obr. 3).



Obr. 3

a) Vyjádřete P jako funkci teplot T_1, T_2 a T.

b) Určete teplotu T_m tělesa, při níž bude výkon motoru maximální.

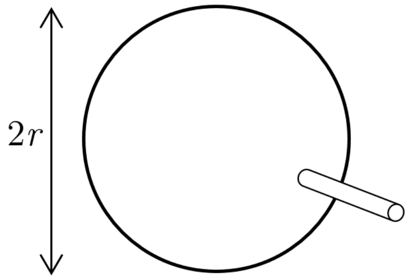
c) Určete maximální výkon P_max motoru.

d) Určete účinnost η_m Carnotova cyklu při maximálním výstupním výkonu.

Části b), c), d) řešte obecně i pro číselné hodnoty.

4. Nabitá bublina

Mýdlová bublina o hmotnosti $m = 0{,}010$ g má povrchové napětí $\sigma = 0{,}010\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ a byla nafouknuta krátkou tenkou trubičkou (viz obr. 4). Bublina byla poté nabita elektrickým nábojem $Q = 5{,}4 \cdot 10^{-8}$ C. Trubička zůstává otevřená.



Obr. 4

a) Určete rovnovážný poloměr R_0 bubliny.

b) Určete periodu malých kulových kmitů bubliny.

c) Bublinu najednou nabijeme nábojem $Q_1 = 10Q$, odhadněte rychlost kapiček aerosolu, na které se bublina vlivem odpudivých elektrostatických sil rozprskne (zanedbejte povrchové síly i elektrostatickou energii kapiček aerosolu po rozprsknutí).

Permitivita vakua je $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2 \cdot J^{-1} \cdot m^{-1}}$. Intenzitu elektrického pole ve stěně bubliny považujte za aritmetický průměr intenzity uvnitř bubliny a intenzity vně bubliny, tedy platí

$$E_0 = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

V řešení je možné využít přibližnou rovnost $(1 + x)^n = 1 + nx$ ($|x| \ll 1, n \in Z$).