Úlohy 1. kola 63. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Antilopa a gepard

Gepard zahlédl antilopu, která běží směrem od něj rychlostí $v_a = 80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Gepard se rozbíhá z klidu rovnoměrně zrychleně po dobu $t_1 = 4$ s na svou maximální rychlost $v_g = 120\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Touto rychlostí může běžet nejvýše po dobu $t_2 = 6$ s a pak musí pro přehřátí organismu postupně zastavit se zrychlením stejné velikosti, s jakým se rozbíhal.

Sestrojte do jednoho grafu závislost rychlosti na času pro obě zvířata. Jaká musí být nejvýše počáteční vzdálenost d mezi zvířaty, má-li gepard antilopu dostihnout? Sestrojte graf závislosti dráhy na času pro pohyb geparda a vyznačte v něm závislost dráhy antilopy na čase pro tento případ.

2. Oční maska

Oční maska POSIFORLID slouží k léčení očí jejich zahříváním na teplotu kolem 45 °C po dobu 5 až 7 minut. Slouží k tomu zvláštní polštářky naplněné kapalinou, která vyvoláním rázové vlny rychle ztuhne. Přitom se uvolní skupenské teplo tuhnutí, které pak oko prohřívá. Vzniklá pevná látka se po ukončení aplikace převádí zpátky na kapalinu zahříváním po dobu nejméně $\tau_1 = 10$ minut ve vroucí vodě.

Radim vzal podle návodu ocelový hrnec o hmotnosti $m_1 = 0{,}7$ kg, dal do něj dva litry vody a po vyrovnání teplot na hodnotě $t_1 = 18$ °C zahříval na ploténce elektrického vařiče zapnuté na nejvyšší příkon $P_{\max} = 1\,200$ W.

a) Za jak dlouhou dobu τ se voda s hrncem zahřeje na teplotu varu vody $t_2 = 100$ °C, když účinnost tepelného přenosu vařiče je $\eta = 80$ %?

Pak Radim vloží do vody polštářky a teplotu udržuje na hodnotě blízké teplotě varu přepnutím vařiče na nejmenší příkon $P_{\min} = 200$ W. Po době $\tau_1 = 10$ minut zahřívání ukončí a polštářky jsou připraveny k dalšímu použití.

b) Jaká byla spotřeba elektrické energie E v kWh při celém procesu?

Aby Radim celý proces urychlil, dá do hrnce jen 0,3 litru vody, zapne vařič a současně využije k ohřátí 1,7 litru vody (více se do konvice nevejde) o stejné počáteční teplotě na teplotu varu varnou konvici o tomto objemu, která má příkon $P_1 = 2\,200$ W. Účinnost tepelného přenosu konvice je $\eta_1 = 90$ %. Vodu zahřátou v konvici na bod varu pak přidá do již vroucí vody v hrnci, přičemž do tohoto okamžiku zůstává nastavený příkon $P_{\max}$ plotýnky.

c) Jak dlouho bude trvat zahřívání vody k bodu varu v konvici (τ_3) a v hrnci (τ_4)? Jaká bude nyní spotřeba energie během celého procesu?

d) Jak by měl Radim vodu rozdělit mezi hrnec a konvici, aby doba zahřívání byla co nejkratší? Jaká bude spotřeba energie v tomto případě?

Hustota vody je $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, měrná tepelná kapacita vody pak $c = 4\,200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita oceli $c_1 = 450\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Teplo spotřebované na vypařování vody v druhé části zahřívání zanedbejte.

3. Pád koule do vody

Koule o hmotnosti $m = 0{,}25$ kg a o objemu $V = 1{,}0\ \mathrm{dm^3}$ padá z výšky $H = 2{,}0$ m bez počáteční rychlosti do vody. Přitom se potopí do hloubky $h = 0{,}5$ m, kde se zastaví a pohybuje se zpět k vodní hladině. Odporová síla proti pohybu koule ve vodě je stálá, odpor vzduchu zanedbáme. Tíhové zrychlení $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Hustota vody $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

a) Určete velikost odporové síly F ve vodě a porovnejte ji se silou vztlakovou.

b) Do jaké výšky h_1 nad vodní hladinu koule poprvé vyskočí?

c) Do jaké hloubky y se koule potopí po druhém dopadu na hladinu a do jaké výšky h_2 koule vyskočí při jejím druhém vynoření z vody?

Řešte nejprve obecně, v části c) použijte číselné výsledky získané v předchozích částech.

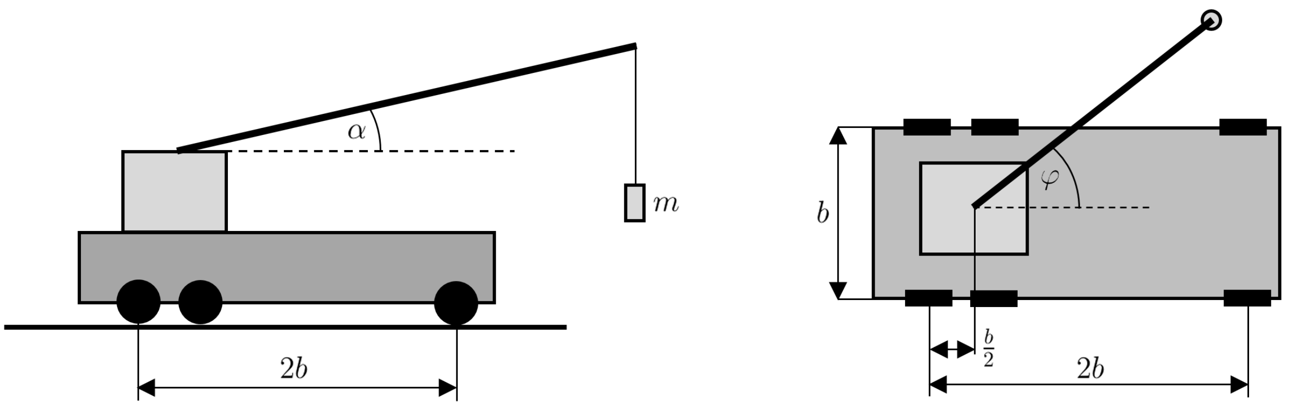
4. Autojeřáb

Autojeřáb hmotnosti $M = 15$ t má rozchod $b = 3{,}0$ m a vzdálenost krajních náprav $2b$ (obr. 1). Délku jeho výsuvného ramena je možno měnit od $l_1 = \frac{l}{2} = 15$ m do $l = 30$ m. Jeřáb je ukotven na ose automobilu ve vzdálenosti $\frac{b}{2}$ od osy zadní nápravy. Úhlová výška ramena jeřábu je α, průmět ramena jeřábu do vodorovné roviny svírá s osou automobilu úhel φ.

Určete:

a) Jaké největší břemeno m_1 může jeřáb udržet při délce ramena l_1 a úhlu $\alpha = 45°$ před automobilem ($\varphi = 0°$) a za automobilem ($\varphi = 180°$)?

b) Jaké největší břemeno m_2 může jeřáb udržet při délce ramena l_1, úhlu $\alpha = 45°$ a úhlu $\varphi = 30°$?



Obr. 1

c) Jaké největší břemeno m_3 může jeřáb udržet při délce ramena l, úhlu $\alpha = 45°$ a úhlu $\varphi = 90°$?

d) S jakým největším zrychlením a může jeřáb zvedat břemeno o hmotnosti $m_4 = 1{,}0$ t ve všech případech? Můžete použít výsledky částí a) až c).

Tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, hmotnost ramena jeřábu můžeme zanedbat, těžiště nezatíženého autojeřábu leží na jeho ose, uprostřed mezi přední a zadní nápravou.

5. Pavouk a pavučina

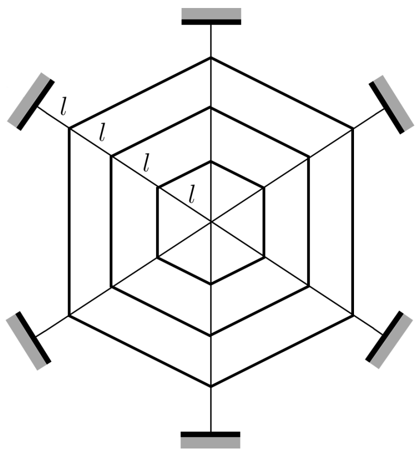
Pavučina zanedbatelné hmotnosti má tvar podle obrázku. Šestiúhelníky jsou pravidelné a dělí radiální vlákna na stejné části o délce l. Konce pavučiny jsou upevněny ve stejné výšce nad zemí. Na počátku pavučina není prověšená. Když se pavouk o hmotnosti m přesune do středu pavučiny, prohne se pavučina tak, že její střed se přiblíží k zemi o vzdálenost h.

a) Dokažte, že příčná vlákna nemají vliv na prohnutí pavučiny.

b) Jaká je tuhost k pavučinového vlákna o délce l? Tíhové zrychlení je g.

c) Určete Youngův modul pružnosti v tahu E pavučinového vlákna, které má průměr d.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $l = 0{,}010$ m, $m = 0{,}010$ g, $h = 5{,}0$ mm, $d = 0{,}15$ µm. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 2

6. Pohyb hladiny při výtoku kapaliny otvorem ve stěně nádoby

Vezměte plastovou láhev, která má mezi dnem a hrdlem stejný příčný průřez ve výškovém rozmezí aspoň 20 cm. V nejnižším bodě válcové části vytvořte pomocí hřebíku o průměru asi 2,5 mm zahřátého v plameni malý otvor. Na stěně válcové části vytvořte svislou stupnici v centimetrech s počátkem ve středu výtokového otvoru, která určuje výšku hladiny nad středem otvoru.

Naplňte láhev vodou a nechte ji vytékat. V okamžiku, kdy hladina dosáhne úrovně horního konce stupnice, začněte stisknutím stopek měřit čas. Optimální jsou stopky, které umožňují měřit mezičasy. Zaregistrujte časy průchodu hladiny každou ryskou, dokud voda tryská vodorovně a nestéká po stěně, a zapište je do tabulky. Toto celé měření proveďte 5krát.

Vyplňte zbývající část tabulky. V tabulce je $\overline{t}_i$ aritmetický průměr pěti naměřených časů, $\Delta t_i = \overline{t}_i - \overline{t}_{i-1}$ doba průchodu hladiny mezi dvěma sousedními ryskami, $t_i = \dfrac{\overline{t}_i + \overline{t}_{i-1}}{2}$ aritmetický průměr krajních časů intervalu Δt_i, $v_i = \dfrac{\Delta h}{\Delta t_i}$ průměrná rychlost pohybu hladiny mezi dvěma sousedními ryskami ($\Delta h = 0{,}01$ m).

Považujte nyní rychlost v_i za okamžitou rychlost v čase t_i a do grafu závislosti rychlosti na čase vyneste jednotlivé body. Body proložte přímkou a určete její směrnici.

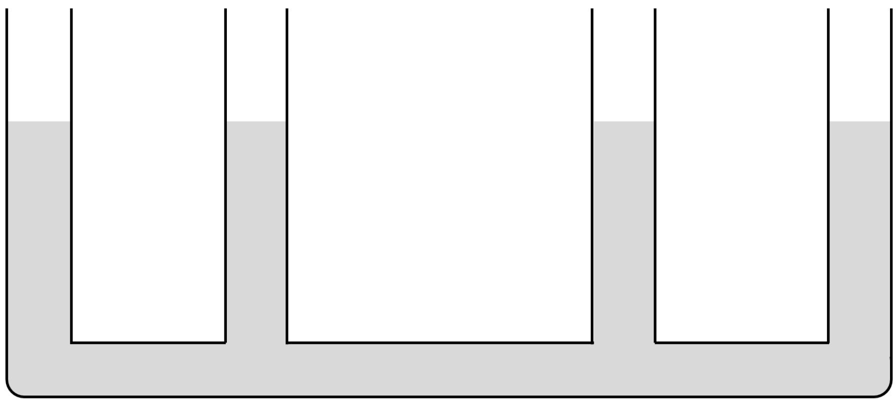
Stanovte fyzikální význam hodnoty směrnice a napište závěr o charakteru pohybu hladiny v láhvi.

i	$\frac{h}{\mathrm{m}}$	$\frac{t_{i1}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i2}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i3}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i4}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i5}}{\mathrm{s}}$	$\frac{\bar{t}_i}{\mathrm{s}}$	$\frac{\Delta t_i = \bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_i = \frac{\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}}{2}}{\mathrm{s}}$	$\frac{v_i = \frac{\Delta h}{\Delta t_i}}{10^{-3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$
0	0,20	-	-	-	-	-	0	-	-	-
1	0,19									
2	0,18									
3	0,17									
⋮	⋮									
17	0,03									
18	0,02									
19	0,01									

7. Spojené nádoby

Ve spojených nádobách všude stejného průřezu (obr. 3) sahá voda do výšky $h = 10$ cm. Na hladinu vody přidáme v prvním rameni sloupeček oleje o výšce h_1, ve druhém o výšce $h_2 = 2h_1$ a ve třetím o výšce $h_3 = 3h_1$, přičemž $h_1 = 2{,}0$ cm. Určete:

a) Počáteční hydrostatický tlak u dna nádob p_0,
b) změnu tlaku Δp u dna nádob po přidání oleje,
c) změnu výšky hladiny vody Δhv v každém rameni spojených nádob po přidání oleje.



Obr. 3

Hustota vody $\rho_\mathrm{v} = 1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota oleje $\rho = 0{,}90 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.