Úlohy 1. kola 63. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Pěšky a na kole

Jakub a Kryštof se měli přemístit do cíle vzdáleného $s = 12$ km. K dispozici měli jedno jízdní kolo. Domluvili se tak, že oba ve stejném okamžiku vyrazí, Jakub vyjede na kole, cestou kolo odloží a zbytek cesty dojde pěšky. Kryštof dojde pěšky ke kolu a zbytek cesty dojede na kole. Přitom se v cíli ocitnou ve stejném okamžiku. Velikost rychlosti každého chlapce je při chůzi $v_1 = 5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a při jízdě na kole $v_2 = 20\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

a) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti dráhy na čase pro Jakuba, pro Kryštofa a pro jízdní kolo.

b) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase pro Jakuba, pro Kryštofa a pro jízdní kolo.

c) Vyjádřete obecně závislost doby t přesunu na s, v_1 a v_2. Z odvozeného vzorce vypočtěte dobu rychlejšího přesunu na stejné dráze $s = 12$ km, kdy místo chůze běželi rychlostí $v_1 = 9\ \mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ a na kole se pohybovali rychlostí $v_2 = 22\ \mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$.

2. Kolotoč

Sedačka kolotoče se pohybuje po kružnici o poloměru $r = 3{,}1$ m. Kolotoč se za čas $t_1 = 18{,}0$ s během dvou otáček roztočil rovnoměrně zrychleným pohybem, poté se točil rovnoměrně, a nakonec během tří otáček rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil.

a) Určete konečnou rychlost v sedačky a dobu T_1 první otočky kolotoče.

b) Určete dobu T jedné otočky kolotoče při rovnoměrném pohybu.

c) Určete čas t_2, za který se kolotoč během rovnoměrně zpomaleného pohybu zastaví.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

3. Cyklista v zatáčce

Cyklista trénoval průjezd protisměrnou zatáčkou (středový úhel 180°) rovnoměrným pohybem. V první variantě projížděl po vnitřním kruhovém oblouku o poloměru $r_1 = 9{,}0$ m rychlostí o velikosti $v_1 = 6{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, v druhém případě po vnějším kruhovém oblouku o poloměru $r_2 = 13{,}0$ m. V obou případech měl stejný sklon.

a) Určete velikost rychlosti v_2 po vnějším kruhovém oblouku.

b) Určete časy t_1 a t_2 průjezdu zatáčkou.

c) Určete úhel α, o který byl cyklista s kolem odkloněn od svislého směru při průjezdu zatáčkou.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

4. Skok o tyči

Armand Duplantis na snímcích je dvojnásobný světový rekordman ve skoku o tyči z roku 2020 (615 cm venku, 618 cm v hale). Špičkový výkon vyžaduje rychlost, výbušnost, sílu, obratnost a dokonalou koordinaci prováděných pohybů tak, aby skokan dokázal své těžiště dostat do maximální výšky a přitom přejít každou částí svého těla přes laťku.

a) Základním principem je využití kinetické energie rozběhu s tyčí k získání potenciální energie. Nejlepší tyčkaři mají náběhovou rychlost kolem 9,5 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete maximální výšku, do které se atlet při plném využití své kinetické energie dokáže dostat.

b) Samotná kinetická energie k rekordním výkonům nestačí. Další nutností je práce, kterou po odrazu musí atlet vykonat zdvihem svého těžiště vzhledem k místu úchopu tyče po dobu kontaktu s tyčí. Tato práce vykonaná skokanem může být až 8 J na 1 kg hmotnosti skokana. Určete maximální výšku, do které se atlet při plném využití kinetické energie a uvedené práce dokáže dostat

c) Porovnejte výsledek b) s rekordními hodnotami a uvažte další příznivé i nepříznivé okolnosti, kterými lze zdůvodnit dosažení rekordní výšky skoku.

Počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Prohlédněte si video https://www.youtube.com/watch?v=wM9PGvOaJ7o.

5. Z Podolí na Vysokou

Z Podolí na Vysokou vede přímá silnice sestávající ze dvou úseků. První úsek tvoří vodorovná silnice, druhý úsek kopec se stálým stoupáním $p = \sin\alpha = 0{,}11$ délky $s_2 = 2{,}0$ km. Automobil s tíhovou silou $F_\mathrm{G} = 13$ kN trasu projíždí stálou rychlostí $v = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, přičemž první úsek projede za čas $t_1 = 2$ min 20 s. Při jízdě na automobil působí proti pohybu konstantní síla valivého odporu $F_\mathrm{v} = 300$ N a odporová síla závislá na rychlosti podle vztahu $F_\mathrm{odp} = kv^2$, kde $k = 1{,}2\ \mathrm{N \cdot m^{-2} \cdot s^2}$.

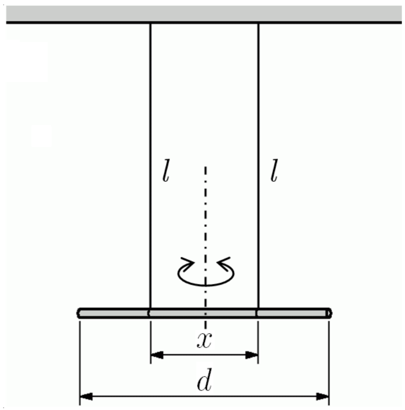
a) Určete výkon P_1 automobilu na prvním úseku, P_2 na druhém úseku a celkovou práci W automobilu.

b) Určete výkon P_1' automobilu na prvním úseku, P_2' na druhém úseku a celkovou práci W' automobilu, jestliže celou trasu projíždí poloviční rychlostí.

c) Určete potenciální energii E_k automobilu ve Vysoké vzhledem k Podolí. Porovnejte E_k, W, W' a výsledek porovnání zdůvodněte.

6. Praktická úloha: Rotační kmity zavěšené tyče

Homogenní tyč délky d zavěsíme souměrně na vzájemně rovnoběžné závěsy zanedbatelné hmotnosti do vodorovné polohy a nepatrně vychýlíme otočením kolem svislé osy. Po uvolnění bude tyč konat rotační kmity. Z teorie plyne, že frekvence f malých kmitů závisí na vzdálenosti závěsů x přímo úměrně, a to podle vztahu



$$f = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}} \cdot x = A \cdot x. \qquad (1)$$

Úkol: Zjistěte experimentálně funkční závislost frekvence f malých rotačních kmitů vodorovné tyče na vzájemné vzdálenosti x rovnoběžných závěsů a ověřte platnost uvedeného vztahu.

Pomůcky: Závitová tyč délky aspoň 20 cm (průměr 6 až 10 mm), stativ, tenké závěsy, stopky.

Návod a poznámky:

1) Frekvence f měřená v jednotce Hz je počet kmitů tyče za 1 s. Perioda T kmitů je doba, za kterou se tyč vrátí do původní polohy. Platí $f = \frac{1}{T}$.
2) Závěsy uvážeme na háčky posunutelné po vodorovné tyči stativu nebo je přímo na tyč stativu přivážeme tak, aby při kmitech uzlík pod tyčí stativu zůstal v klidu, ale aby bylo možno při změně vzdálenosti vláken očko po tyči stativu snadno posunovat. Na dolním konci každého závěsu vytvoříme volnější očko, aby se jeho poloha na závitové tyči dala snadno měnit. Délku závěsů volíme aspoň 4krát větší, než je délka tyče.
3) Změříme délku d tyče a délku l závěsů.
4) Kmity tyče jsou při malých úhlových výchylkách harmonické. To znamená, že perioda kmitů pro malé výchylky prakticky na výchylce nezávisí. Při větších výchylkách se perioda poněkud prodlužuje. Proto při měření nechte kmitat tyč s co nejmenší úhlovou výchylkou.
5) Vzdálenost x závěsů budeme měnit od maximální možné vzdálenosti d do nejmenší, pro kterou bude perioda ještě měřitelná. Získáme tak zhruba 10 různých hodnot x. Výsledky měření zapíšeme do tabulky. Dobu např. 10 period měříme vždy dvakrát a počítáme s aritmetickým průměrem. Jako poslední údaj doplníme $x = 0$ m. V tomto případě kmity nevzniknou, jejich periodu lze považovat za nekonečně velkou a frekvenci za nulovou, proto doplníme frekvenci $f = 0$ Hz (tato hodnota frekvence jako jediná není zatížena chybou měření).

Číslo měření	$\frac{x}{\text{m}}$	$\frac{10T_1}{\text{s}}$	$\frac{10T_2}{\text{s}}$	$\frac{\overline{T}}{\text{s}}$	$\frac{f}{\text{Hz}}$
1					
2					
3					
$\vdots$					
10	0	∞	∞	∞	0

6) Graf závislosti frekvence f kmitů na vzdálenosti x vláken sestrojíme v Excelu. Do buněk tabulky zapíšeme naměřené údaje v opačném pořadí (tj. s rostoucím x) a ve zbývajících sloupcích provedeme výpočty pomocí vložené funkce (aritmetický průměr dvou period lze vynechat a výpočet zahrnout do vzorce pro frekvenci). Kurzorem označíme dvojici sloupců x a f s daty a vložíme *Graf*. Volíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky vybereme položku *Přidat spojnici trendu* a následně položku *Typ trendu a regrese*, zvolíme typ *Lineární* a podmínku, aby graf procházel počátkem. Tím se zobrazí přímka, která proloží body grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky.
7) Ze zobrazené rovnice regrese vyčteme číselnou hodnotu konstanty A a porovnáme ji s číselnou hodnotou této konstanty získané z rovnice (1)

$$A' = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}}$$

dosazením změřených hodnot d, l a tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
8) Zformulujeme závěr.

7. Rozjezd cyklisty

Cyklista s kolem o celkové hmotnosti $m = 75$ kg se rozjížděl z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem po dobu $t_3 = 30$ s na dráze $s_3 = 180$ m.

a) Určete velikost a zrychlení, velikost F tahové síly, velikost v_3 konečné rychlosti, okamžitý výkon P_3 na konci zrychlování a okamžité výkony P_1 a P_2 v časech jedna třetina a dvě třetiny doby rozjíždění.
b) Určete čas t'_1, okamžitou rychlost v'_1 a okamžitý výkon P'_1 v jedné třetině ujeté dráhy a čas t'_2, okamžitou rychlost v'_2 a okamžitý výkon P'_2 ve dvou třetinách ujeté dráhy.
c) Určete konečnou kinetickou energii E_k cyklisty s kolem a průměrný výkon $\bar{P}$ během zrychlování.
d) Pomocí vypočtených okamžitých výkonů sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu na čase. Z obou grafů určete celkovou vykonanou práci. Přidejte graf okamžitého výkonu, pokud by byl po celou dobu rozjíždění roven průměrnému výkonu $\bar{P}$.