Úlohy 1. kola 64. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Tepelný stroj s obráceným Carnotovým cyklem

Tepelný stroj pracuje podle ideálního obráceného Carnotova cyklu. Odebírá přitom teplo chladiči, ve kterém jsou $m_1 = 3,0$ kg vody o teplotě $t_1 = 30$ °C, a předává teplo ohřívači, který obsahuje $m_2 = 1,0$ kg vody zahřáté na teplotu varu $t_2 = 100$ °C.

a) Kolik vodní páry vznikne v ohřívači, klesne-li teplota vody v chladiči na 0 °C? Jakou práci W_1 přitom musí vykonat motor, který tepelný stroj udržuje v chodu?

b) Jaká bude teplota chladiče, když se všechna voda v ohřívači přemění v páru?

c) S jakou účinností pracuje tepelný stroj?

Průběh změny teploty vody v chladiči můžeme ve fázích, kdy se teplota mění, považovat za lineární. Pro účinnost obráceného Carnotova cyklu platí

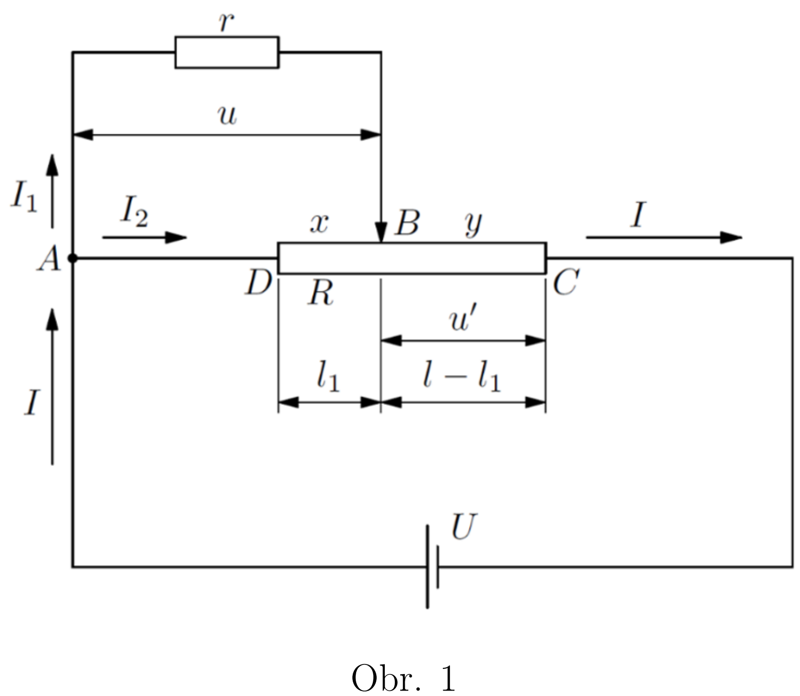
$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

kde W je práce, kterou musí dodat motor tepelného stroje, Q_1 je teplo odebrané chladiči a Q_2 teplo odevzdané ohřívači.

Měrná tepelná kapacita vody $c_1 = 4{,}2\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_2 = 2{,}1\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 334\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$, měrné skupenské teplo vypařování vody $l_v = 2\,260\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

2. Reostat

Posuvný reostat o odporu R je zapojen jako potenciometr na konstantní napětí U. Paralelně k části reostatu o odporu x je zapojen spotřebič o odporu r (obr. 1).



Obr. 1

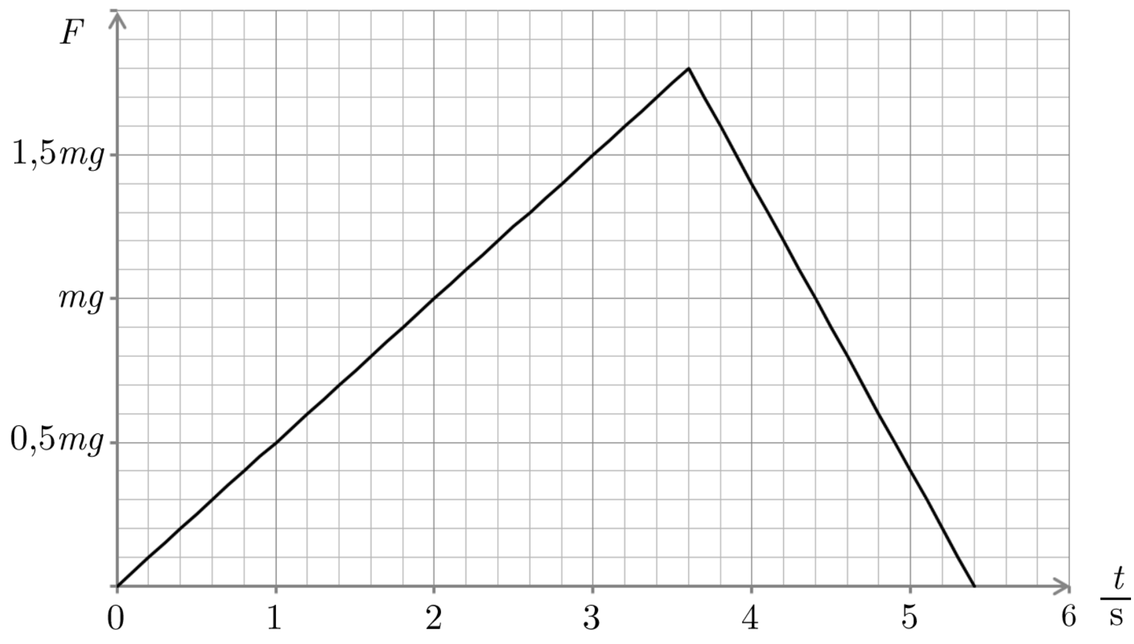
a) Stanovte hodnotu nerozvětveného proudu I.
b) Stanovte závislost napětí u na odporu r.
c) Jak velký je odpor x, je-li $u = \frac{U}{2}$, a jaký je v tomto případě proud I?
d) Je možno za odpor r použít spotřebič 110 V/242 W, je-li posuvný reostat R (150 Ω, 2,5 A) zapojen na konstantní napětí $U = 220$ V?

3. Raketa modeláře

Modelář vyvinul raketový model, jehož závislost tahové síly na čase udává graf. Raketa startuje svisle vzhůru a pohybuje se po přímočaré trajektorii. Pro popis pohybu zvolme osu y orientovanou svisle vzhůru s počátkem v místě startu. Odpor vzduchu zanedbejte.

Sestrojte na časovém intervalu od okamžiku zážehu do okamžiku dopadu rakety na zem závislost $a = a_y(t)$ souřadnice zrychlení rakety na čase, závislost $v_y = v_y(t)$ souřadnice rychlosti rakety na čase a závislost $y = y(t)$ souřadnice okamžité výšky rakety na čase.

Grafy je možné seskupit do jednoho obrázku. Na každém úseku odvoďte analytickou funkci (funkční předpis) veličiny, pro jednoduchost je možné každý časový interval začínat nulovým časem. Tahová síla je uvedena v násobku tíhové síly mg, kde $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 2

4. Záchyt neutronu

Záchytem pomalého neutronu jádrem lithia vznikne jádro tritia a jádro hélia:

$$^1_0n + {}^6_3\mathrm{Li} \rightarrow {}^3_1\mathrm{H} + {}^4_2\mathrm{He},$$

přičemž uvolněná jaderná energie $\Delta E = 4{,}8$ MeV se projeví jako kinetická energie vzniklých jader. Kinetická energie částic vstupujících do reakce je zanedbatelná. Hmotnosti jader považujte za přímo úměrné počtu nukleonů.

a) Určete v jednotkách MeV kinetickou energii E_1 jádra tritia a kinetickou energii E_2 jádra helia.
b) Určete velikost rychlosti rychleji letícího jádra. Řešte klasicky a relativisticky, výsledky vzájemně porovnejte a porovnejte je s rychlostí světla ve vakuu. Za hmotnost nukleonu považujte přibližnou hodnotu $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

5. Optika

Svazek rovnoběžných paprsků vyvolá při kolmém dopadu na plochu osvětlení E_0. Tento svazek dopadá kolmo na podstavu o poloměru R skleněného válce s indexem lomu n. Druhá podstava válce je zbroušena do kuželové plochy, jejíž povrchové přímky svírají s podstavou velmi malý úhel φ.

a) Určete funkční závislost $S = S(x)$ plošného obsahu světelného obrazce na stínítku na vzdálenosti x stínítka od vrcholu kuželové plochy.
b) Stínítko umístíme kolmo k ose válce v místě, kde má světelná stopa nejmenší rozměr (nejmenší obsah). Určete funkční závislost $E = E(r)$ osvětlení stínítka na vzdálenosti r od osy x. Určete též osvětlení okraje a středu světelné stopy.

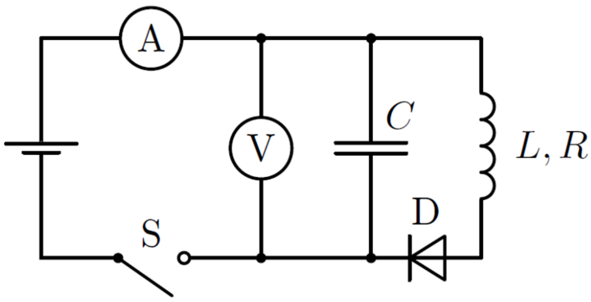
Můžete využít vztah $\sin a \cong a$ pro $|a| \ll 1$.

6. Experimentální úloha: Měření indukčnosti cívky

Úkoly:

a) Sestavte obvod podle obr. 3. Použijte zdroje o napětí přibližně 5 V (například plochou baterii), cívku 1200 závitů z rozkladného transformátoru, výkonovou diodu, stejnosměrný ampérmetr, stejnosměrný voltmetr, kvalitní kondenzátor o kapacitě alespoň 8 μF (ne elektrolytický) a páčkový spínač. Měření proveďte:
   - na cívce s uzavřeným jádrem,
   - na cívce s rovným jádrem,
   - na cívce bez jádra.

   Kapacitu kondenzátoru změřte některou běžnou metodou (např. pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu střídavého proudu). Voltmetr by měl mít co největší odpor a rozsahy, např. 20 V a 200 V.
b) Při sepnutém spínači změřte proud I procházející cívkou a napětí U_1 na kondenzátoru. Pak přepněte voltmetr na vyšší rozsah (používáte-li ručkový přístroj, změňte také jeho polaritu) a rozepněte spínač. Dojde k překmitnutí obvodu LC a na kondenzátoru se objeví velké napětí opačné polarity, které se bude zvolna zmenšovat v důsledku vybíjení kondenzátoru přes voltmetr. Změřte napětí U_2 bezprostředně po rozepnutí spínače. Pro každý typ cívky měření několikrát zopakujte .
c) Odvoďte vztah pro výpočet indukčnosti cívky z kapacity C kondenzátoru, napětí U_1, U_2 a proudu I. Ztráty energie během překmitnutí na odporu cívky a na diodě zanedbejte.
d) Vypočtěte indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem, s rovným jádrem a bez jádra.



Obr. 3

7. Krychle v pohybu

Plná homogenní krychle o hmotnosti m a délce hrany d stojí na hraně v rovnovážné poloze vratké. Nepatrným impulzem se začne kolem hrany překlápět, přičemž během celého pohybu zůstává otočná hrana fixována k podložce.

a) Určete závislost úhlové rychlosti ω na úhlu otočení φ.

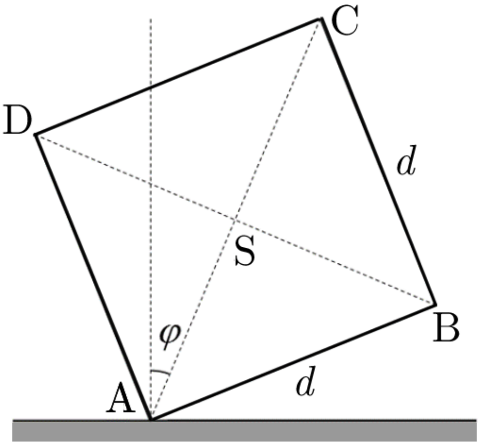
b) Určete závislost normálového zrychlení a_n a tečného zrychlení a_t protilehlé hrany krychle (v průmětu bodu C) na úhlu φ a jejich maximální hodnoty $a_{n,\max}$, $a_{t,\max}$.

c) Určete závislost úhlové rychlosti ω na úhlu otočení φ, jestliže hrana nebude na podložku fixována a podložka bude dokonale hladká (součinitel smykového tření mezi krychlí a podložkou je nulový).

d) Určete v případě c) velikost dopadové rychlosti sousední hrany (v průmětu bodu B).

Moment setrvačnosti plné homogenní krychle o hmotnosti m a délce hrany d vzhledem k ose procházejí hmotným středem a kolmé ke dvojici vzájemně rovnoběžných stěn je $J_\mathrm{S} = \frac{1}{6}md^2$.

Na obrázku je průmět krychle v okamžité poloze určené úhlem φ během jejího pohybu.



Obr. 4