



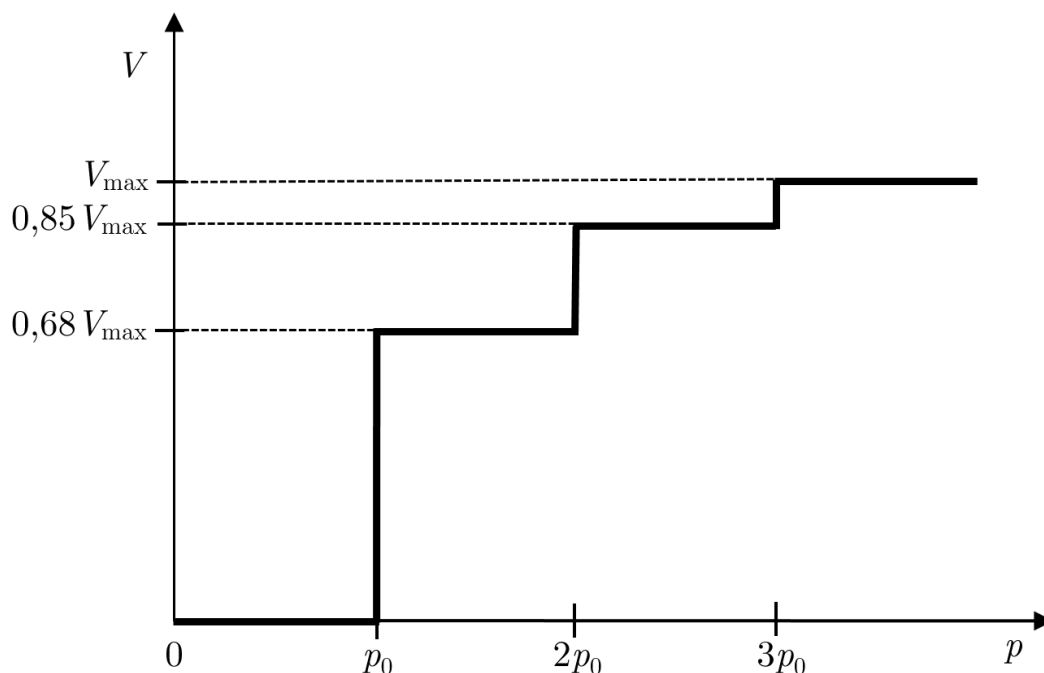
Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky
Úlohy krajského kola 64. ročníku FO
kategorie A

Úlohy řešte s hodnotou tíhového zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Měření pórovitosti látky

Pórovitou látku si představíme jako pevnou látku protkanou sítí kanálků různých, ale stálých průměrů. Pro jednoduchost uvažujme, že kanálky se navzájem nekříží a prochází celým objemem látky. Pórovitost definujme jako podíl objemu kanálků a celého objemu vzorku $\vartheta = \frac{V_k}{V}$.

- a) Jednoduchý způsob měření spočívá v tom, že vzorek nejprve zvážíme na vzduchu a pak ve vodě. Po vysušení se vzorek pokryje tenkou vrstvičkou parafínu, která póry uzavře, a znova zváží ve vodě. Jaká je pórovitost vzorku, bylo-li zjištěno, že ve vodě vzorek váží polovinu a po uzavření pórů třetinu původní tíhy? Předpokládejte, že voda látku dokonale smáčí. Hmotnost parafínu je zanedbatelná.
- b) Rtuťová porozimetrie umožňuje určit i rozdělení pórů podle jejich průměrů. Ve speciální komoře se vyčerpá z pórů vzduch a pak se do vzorku vtlačuje rtuť. Přitom se měří závislost vtláčeného objemu na použitém tlaku. S využitím grafu, kde $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, a ze známého povrchového napětí rtuti $\sigma_{Hg} = 485 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ určete průměry pórů ve vzorku obsažených a jejich procentuální zastoupení v celkovém počtu pórů. Předpokládejte, že rtuť látku dokonale nesmáčí. V_{max} je maximální objem rtuti, který se do vzorku podařilo vtlačit. Všechny póry mají stejnou délku.



Obr. 1

2. Záporný index lomu

V materiálové vědě byly vytvořeny materiály, které se chovají tak, jako by jejich index lomu byl záporný, tzv. *metamateriály*. Při přechodu světla z vakua do daného prostředí pak Snellův zákon místo obvyklého $\sin \alpha = n \sin \beta$ nabývá tvaru $\sin \alpha = |n| \sin \beta$ (viz obr. 2).

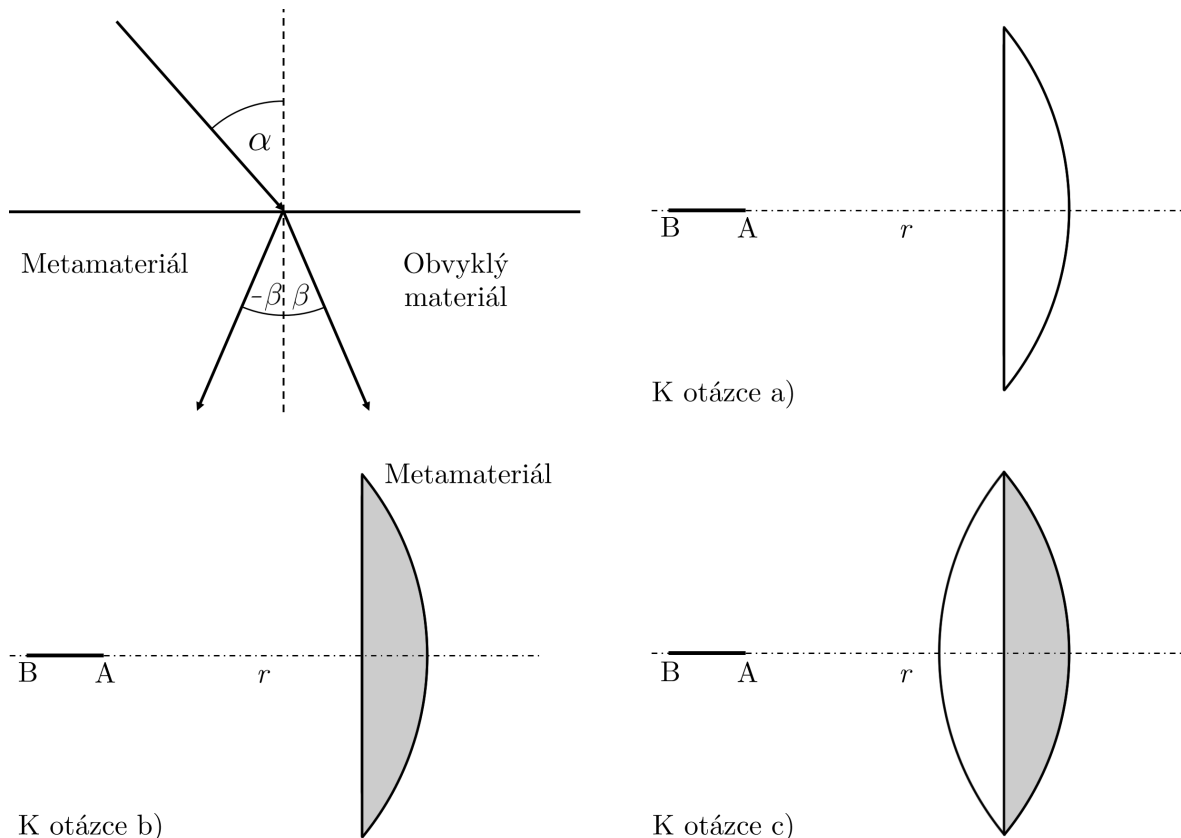
Na optické ose tenké ploskovypuklé čočky s poloměrem r leží úsečka AB o délce d (obr. 2). Vzdálenost bodu A od čočky je r , je tedy stejná jako poloměr křivosti čočky. Určete polohu a vlastnosti vzniklého obrazu, jestliže

- je čočka zhotovena z materiálu o indexu lomu n_1 ($n_1 > 1$),
- zhotovena z metamateriálu o indexu lomu stejné velikosti, ale $n_2 < -1$,
- vytvoříme novou čočku tak, že čočku z běžného materiálu a čočku z metamateriálu přiložíme ploskou stranou k sobě tak, aby vznikla dvojevypuklá čočka, a umístíme ji do stejné vzdálenosti.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $n_1 = 1,5$, $n_2 = -1,5$, $r = 30$ cm, $d = 4$ cm. Čočky jsou umístěny ve vzduchu, paprsky je možno považovat za paraxiální. Pro ohniskovou vzdálenost ploskovypuklé čočky s poloměrem křivosti r platí

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{1}{r}$$

Návod k části b): nakreslete si náčrtek a využijte toho, že pro malé úhly přibližně platí $\text{tg } \alpha \approx \alpha$, $\sin \alpha \approx \alpha$ a $\cos \alpha \approx 1$.



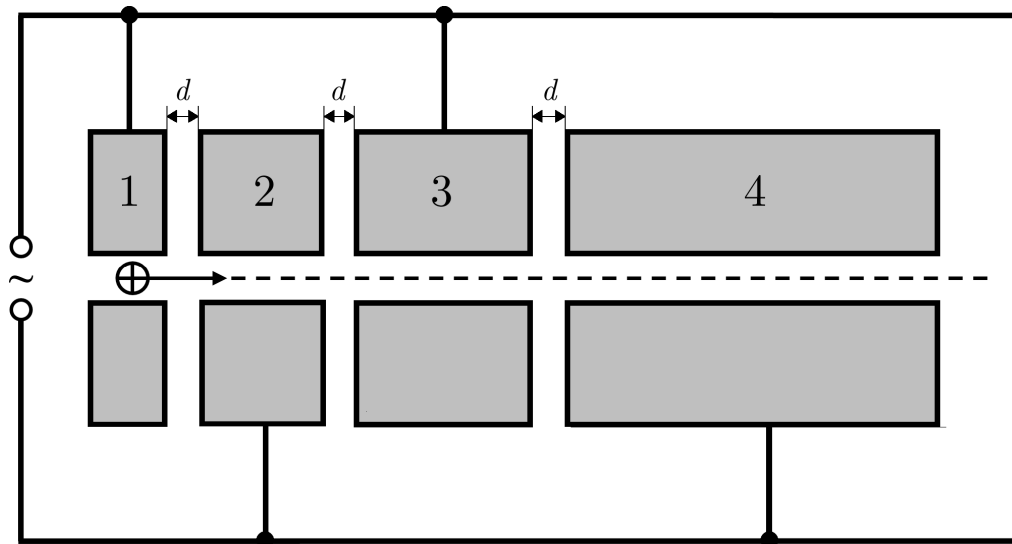
Obr. 2

3. Lineární urychlovač

Lineární urychlovač protonů se skládá z řady soustředných válců různé délky, připojených ke zdroji střídavého napětí o frekvenci $f = 20$ MHz. Mezery mezi válci mají velikost $d = 2,0$ cm (obr. 3). Do velmi malé oblasti na ose válců na vstupu do první mezery je v okamžiku amplitudy napětí uvolněna dávka protonů. Ty jsou v mezeře elektrickým polem mezi sousedními válci urychlovány. Během průletu válcem se změnila polarita napětí válců, čímž v následující mezeře dojde k dalšímu urychlení protonů. Velikost urychlovacího napětí je $U = 6,0 \cdot 10^5$ V, doba průletu protonu mezerou je zanedbatelná. Pro jednoduchost považujte elektrické pole v mezeře za homogenní, ve válci za nulové. Počáteční rychlost protonů je zanedbatelná.

- Určete velikost elektrické síly, která na proton působí v mezeře mezi válci, a přírůstek kinetické energie protonu při průletu jednou mezerou.
- Jakou rychlost bude mít proton při vstupu do válce 8? Jak dlouhý bude válec 8? Relativistické jevy v této části úlohy zanedbejte.
- Jaká bude celková relativistická energie protonu a jaká bude kinetická energie protonu při vstupu do válce 8?

Hmotnost protonu je $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, elementární náboj $q_e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C.



Obr. 3

4. Valení na nakloněné rovině

Tenkostěnnou dutou kouli o poloměru r a hmotnosti m položíme na nakloněnou rovinu se sklonem α . Součinitel smykového tření mezi koulí a nakloněnou rovinou je f .

- a) Určete velikost zrychlení a a úhlové zrychlení ε koule, jestliže se bude valit bez prokluzování.
- b) Určete podmínku pro součinitel f , aby koule neprokluzovala.
- c) Určete velikost zrychlení a' a úhlové zrychlení ε' koule v případě, kdy bude při valení prokluzovat.

Moment setrvačnosti tenkostěnné koule o poloměru r a hmotnosti m je $J = \frac{2}{3}mr^2$.