Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy celostátního kola 64. ročníku FO kategorie A

1. Klimatizace místnosti

Klimatizaci místnosti můžeme popsat jako tepelný stroj pracující v obráceném režimu – odebírá teplo Q_{m} z místnosti o teplotě T_{m} a vzduchu v okolí domu o teplotě T_{v} odevzdává teplo $Q_{\mathrm{v}} > Q_{\mathrm{m}}$. Elektrický kompresor přitom musí dodat práci W. Předpokládejme, že zařízení pracuje jako Carnotův stroj s maximální možnou účinností.

a) Elektrická část zařízení pracuje s výkonem P. Jaké množství tepla Q_{m} odvede z místnosti za čas Δt?

b) I když je místnost izolovaná, dostává se do ní zvenčí teplo rychlostí $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k\Delta T$, kde $\Delta T = T_{\mathrm{v}} - T_{\mathrm{m}}$ je rozdíl teplot mezi okolím domu a místnosti a k je konstanta. Na jakou nejmenší teplotu lze snížit teplotu vzduchu v místnosti při dané teplotě venkovního vzduchu T_{v}, daném výkonu P a hodnotě konstanty k? Výsledek vyjádřete pomocí těchto tří veličin.

c) Jaký nejmenší výkon P klimatizace potřebujeme, chceme-li při venkovní teplotě $t_{\mathrm{v}} = 40$ °C udržet v místnosti teplotu $t_{\mathrm{m}} = 25$ °C, je-li běžná hodnota konstanty $k = 173\ \mathrm{W \cdot K^{-1}}$?

2. Dvě nabité kuličky

Plastelínová dielektrická kulička má hmotnost M a náboj Q, který je rozložený rovnoměrně v jejím objemu. Kuličku rozdělíme na dvě části, z nichž jedna má hmotnost $m_1 = xM$, kde $x \in (0; 1)$, druhou tvoří zbytek o hmotnosti m_2.

Z každé části původní kuličky vytvoříme novou kuličku. Ty umístíme tak, aby jejich středy byly v dané vzdálenosti R (R je dostatečně velké, aby umožnilo umístění kuliček pro libovolnou kombinaci jejich poloměrů). Po uvolnění se vlivem elektrostatických sil od sebe rozletí. V obou plastelínových kuličkách je náboj nadále rozložený rovnoměrně v celém jejich objemu se stejnou hustotou náboje jako v původní kuličce.

a) V jakém poměru jsou hmotnosti m_1, m_2, poloměry r_1, r_2 a náboje Q_1, Q_2?

b) Určete kinetickou energii první kuličky E_{k1} ve velmi velké vzdálenosti od místa uvolnění.

c) Při jakém x bude tato energie maximální? Pro tuto hodnotu x určete poměry hmotností, nábojů a poloměrů kuliček a také hodnotu kinetické energie první kuličky.

Při řešení předpokládejte, že deformace kuliček v důsledku vzájemného silového působení i vliv jejich polarizace jsou zanedbatelné a že se kuličky nacházejí v oblasti, kde je vnější gravitační pole nulové.

3. Ohyb a interference neutronů

V roce 1994 byla poprvé demonstrována interference neutronů na dvojštěrbině. Vzdálenost štěrbin byla $d = 0{,}126$ mm. Detektor, umístěný ve vzdálenosti $l = 5{,}00$ m od dvojštěrbiny, byl schopen rozlišit vzdálenost mezi dvěma sousedními maximy, pokud byla větší než 10 μm. Neutrony ze zdroje mají rychlost $2{,}7\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$.

a) Dokažte, že pro takto vysokou rychlost neutronů není rozlišovací schopnost zařízení dostatečná.

Pro zpomalení neutronů bylo použito kapalné deuterium. Rychlost neutronů tím byla zpomalena na průměrnou hodnotu $0{,}80\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$. Při každé srážce s jádrem deuteria ztrácí neutron 30 % své kinetické energie.

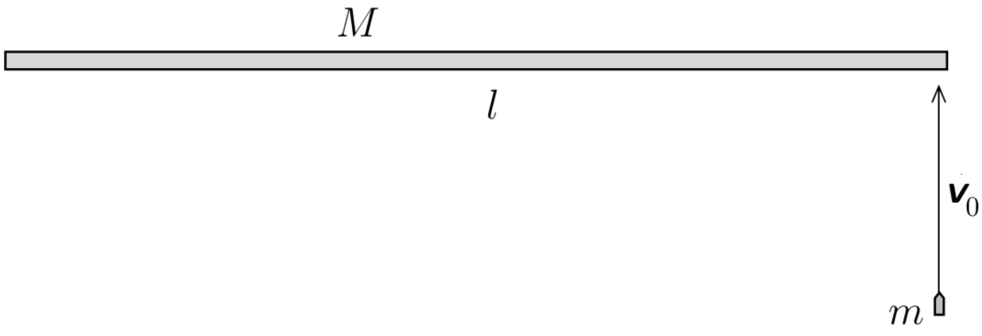
b) Kolik takových srážek je zapotřebí k tomu, aby rychlost neutronu klesla pod $0{,}80\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$? Jakou vzdálenost mezi maximem prvního a nultého řádu očekáváme pro tuto hodnotu rychlosti při měření?

c) Z pomalých neutronů byl nakonec pro interferenci vybrán úzký svazek neutronů se stejnou hodnotou rychlosti, která je menší než $0{,}8\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$. Na interferenčním diagramu pak byla změřena vzdálenost mezi maximy 3. řádu 440 μm. Jaké rychlosti neutronů to odpovídá?

Hmotnost neutronu $m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, Planckova konstanta $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$. Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

4. Střela a tyč

Na vodorovné dokonale hladké ploše leží homogenní tyč délky l a hmotnosti M. Střela o hmotnosti m pohybující se ve vodorovném směru kolmo k tyči rychlostí $\boldsymbol{v}_0$ tyč zasáhne na jejím konci a zůstane v ní.



Obr. 1

a) Určete úhlovou rychlost otáčení tyče.

b) Určete poměr přírůstku vnitřní energie soustavy a původní kinetické energie střely.

c) Rozhodněte, zda v nějakém okamžiku může být výsledná okamžitá rychlost některého z krajních bodů tyče orientována proti původní rychlosti $\boldsymbol{v}_0$. Jakou podmínku v tom případě musí splňovat hmotnosti M a m?

Náboj považujte za hmotný bod. Dobu vzájemného silového působení mezi střelou a tyčí považujte za nekonečně krátkou.

Při řešení můžete využít rozklad trojčlenu $a^2 + 5ab + 4b^2 = (a + b)\,(a + 4b)$.