Řešení úloh krajského kola 64. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2022/2023

Kategorie E

FO64E3-1: Lyžař Martin *I. Volf*

Nejprve zjistěme průměrnou rychlost v celém závodu. Martin urazil $s = 30\,\mathrm{km}$ za čas $t = 2\,\mathrm{h}\,42\,\mathrm{min} = 2{,}7\,\mathrm{h}$ průměrnou rychlostí

$$v_\mathrm{p} = \frac{s}{t} = \frac{30\,\mathrm{km}}{2{,}7\,\mathrm{h}} = 11{,}111\,\mathrm{km/h} \doteq 11\,\mathrm{km/h}. \qquad (\doteq 3{,}086\,4\,\mathrm{m/s} \doteq 3{,}1\,\mathrm{m/s})$$

a) Rychlost v první polovině trasy $v_1 = 90\,\%\,v_\mathrm{p} = 0{,}9 \cdot 11{,}111\,\mathrm{km/h} = 10\,\mathrm{km/h}$ ($\doteq 2{,}8\,\mathrm{m/s}$). Polovinu trasy $s_1 = s/2 = 15\,\mathrm{km}$ projel za dobu

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{15\,\mathrm{km}}{10\,\mathrm{km/h}} = 1{,}5\,\mathrm{h} = 1\,\mathrm{h}\,30\,\mathrm{min}.$$

Proto na druhou polovinu zbyla doba $t_2 = t - t_1 = 2{,}7\,\mathrm{h} - 1{,}5\,\mathrm{h} = 1{,}2\,\mathrm{h}$ a rychlost Martina na druhé polovině trati o délce $s_2 = s_1 = s/2 = 15\,\mathrm{km}$ byla

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{15\,\mathrm{km}}{1{,}2\,\mathrm{h}} = 12{,}5\,\mathrm{km/h} \doteq 13\,\mathrm{km/h}. \qquad (= 3{,}472\,2\,\mathrm{m/s} \doteq 3{,}5\,\mathrm{m/s}).$$

3 body

Poznámka: Vidíme, že

$$\frac{v_2}{v_\mathrm{p}} = \frac{12{,}5\,\mathrm{km/h}}{11{,}111\,\mathrm{km/h}} \equiv \frac{3{,}472\,2\,\mathrm{m/s}}{3{,}086\,4\,\mathrm{m/s}} = 1{,}125,$$

takže rychlost v_2 je nikoli o 10 %, ale o 12,5 % větší než průměrná rychlost na celé trati.

b) Příklad tabulky s kontrolami na trati a dopočítanými časy průjezdu Martina:

s/km	0,0	5,0	10	15	20	25	30
t/h	0	0,5	1,0	1,5	1,9	2,3	2,7

3 body

Poznámka: Časy vyjádřené v minutách a sekundách jsou (řešitelé mohou i zaokrouhlovat):

s/km	0,0	5,0	10	15	20	25	30
t/min	0	30	60	90	114	138	162
t/s	0	1800	3600	5400	6840	8280	9720

c) Příklad grafu je na obr. 1. **2 body**

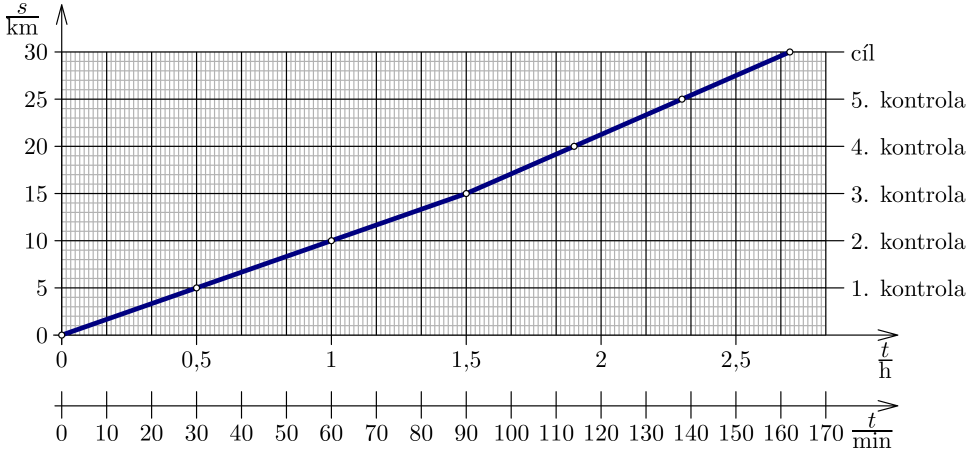
d) Rychlost v_1' je o 20 % nižší, tedy $v_1' = 0{,}8 \cdot 11{,}111\,\mathrm{km/h} = 8{,}888\,8\,\mathrm{km/h} \doteq 8{,}9\,\mathrm{km/h}$. První polovinu trasy by projel za dobu

$$t_1' = \frac{s_1}{v_1'} = \frac{15\,\mathrm{km}}{8{,}888\,8\,\mathrm{km/h}} \doteq 1{,}687\,5\,\mathrm{h}, \qquad (\doteq 1\,\mathrm{h}\,41\,\mathrm{min})$$

druhou za $t_2' = t - t_1' = 2{,}7\,\mathrm{h} - 1{,}687\,5\,\mathrm{h} = 1{,}012\,5\,\mathrm{h}$, tedy rychlostí

$$v_2' = \frac{s_2}{t_2'} = \frac{15\,\mathrm{km}}{1{,}012\,5\,\mathrm{h}} \doteq 14{,}815\,\mathrm{km/h} \doteq 15\,\mathrm{km/h}. \qquad (4{,}115\,3\,\mathrm{m/s} \doteq 4{,}1\,\mathrm{m/s}).$$

2 body



Obr. 1: Graf závislosti dráhy na čase k úloze FO64E3-1

FO64E3-2: Vaříme vodu *Ľ. Konrád (FO SR)*

a) Na uvaření vody je potřeba teplo

$$Q = mc\Delta t = V\varrho c\,(t - t_1)\,,$$

kde $t = 100\,°\mathrm{C}$ je teplota varu vody. Dodané teplo lze vyjádřit i pomocí výkonu vařiče P ve tvaru

$$Q = \eta P \tau_1.$$

Porovnáním těchto výrazů dostáváme rovnici

$$V\varrho c\,(t - t_1) = \eta P \tau_1$$

odkud získáme hledaný příkon

$$P = \frac{V\varrho c\,(t - t_1)}{\eta\tau_1} = \frac{0{,}001\,\mathrm{m}^3 \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)} \cdot (100\,°\mathrm{C} - 18\,°\mathrm{C})}{0{,}78 \cdot 240\,\mathrm{s}} \doteq$$

$$\doteq 1\,839{,}7\,\mathrm{W} \doteq 1\,800\,\mathrm{W}.$$

5 bodů

Poznámka: Výpočet lze provést postupně; nejprve spočítat teplo na ohřátí vody

$$Q = V\varrho c\,(t - t_1) = 0{,}001\,\mathrm{m}^3 \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)} \cdot (100\,°\mathrm{C} - 18\,°\mathrm{C}) = 344\,400\,\mathrm{J}$$

a pak spočítat hledaný příkon

$$P = \frac{Q}{\eta\tau_1} = \frac{344\,400\,\mathrm{J}}{0{,}78 \cdot 240\,\mathrm{s}} \doteq 1\,839{,}7\,\mathrm{W} \doteq 1\,800\,\mathrm{W}.$$

b) Podobně jako v části a) dostaneme rovnici

$$V\varrho c\,(t - t_2) = \eta P \tau_2,$$

z níž získáme teplotu teplé vody

$$t_2 = t - \frac{\eta P \tau_2}{V\varrho c} = 100\,°\mathrm{C} - \frac{0{,}78 \cdot 1\,839{,}7\,\mathrm{W} \cdot 120\,\mathrm{s}}{0{,}001\,\mathrm{m}^3 \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}} \doteq$$

$$\doteq 59{,}001\,°\mathrm{C} \doteq 59\,°\mathrm{C}.$$

Pravdu měl Michal. **5 bodů**

FO64E3-3: Vzducholoď Graf Zeppelin *L. Richterek*

a) Hmotnost vodíku v nádržích byla

$$m_\mathrm{H} = V\varrho_\mathrm{H} = 75\,000\,\mathrm{m}^3 \cdot 0{,}008\,9\,\mathrm{kg/m}^3 = 667{,}50\,\mathrm{kg} \doteq 670\,\mathrm{kg} = 0{,}67\,\mathrm{t}.$$ **1 bod**

b) Celková hmotnost vzducholodi i s nákladem byla $m + m_\mathrm{H} + m_\mathrm{n}$, celková tíhová síla působící na vzducholoď pak

$$F_\mathrm{g} = (m + m_\mathrm{H} + m_\mathrm{n})\,g.$$

Vztlaková síla působící na vzducholoď $F_\mathrm{vz} = V\varrho_\mathrm{vz}g$. Tyto síly musí být v rovnováze, takže platí

$$(m + m_\mathrm{H} + m_\mathrm{n})\,g = V\varrho_\mathrm{vz}g,$$

odkud vychází

$$m_\mathrm{n} = V\varrho_\mathrm{vz} - m - m_\mathrm{H} = 75\,000\,\mathrm{m}^3 \cdot 1{,}2\,\mathrm{kg/m}^3 - 67\,000\,\mathrm{kg} - 667{,}5\,\mathrm{kg} \doteq$$
$$\doteq 22\,333\,\mathrm{kg} \doteq 22\,\mathrm{t}.$$

4 body

Poznámka: Pokud není započtena hmotnost vodíku v nádržích, jejíž příspěvek je poměrně malý, vychází

$$m_\mathrm{n} = V\varrho_\mathrm{vz} - m = 75\,000\,\mathrm{m}^3 \cdot 1{,}2\,\mathrm{kg/m}^3 - 67\,000\,\mathrm{kg} = \ \doteq 23\,000\,\mathrm{kg} = 23\,\mathrm{t}.$$

Za opomenutí hmotnosti vodíku (bez úvahy nebo komentáře, že je poměrně malá vzhledem k hmotnosti samotné vzducholodi), ale jinak správný výpočet, doporučujeme strhnout 1 bod, tj. udělit 3 body.

c) Celková hmotnost členů posádky a pasažérů vychází

$$m_\mathrm{l} = (36 + 20) \cdot 70\,\mathrm{kg} = 3\,920\,\mathrm{kg} \doteq 3{,}9\,\mathrm{t}.$$

Na další náklad pak zbývá

$$m_\mathrm{n} - m_\mathrm{l} = 22\,333\,\mathrm{kg} - 3\,920\,\mathrm{kg} = 18\,413\,\mathrm{kg} \doteq 18\,\mathrm{t}.$$ **2 body**

d) Vzdálenost urazí za čas

$$t = \frac{s}{v} = \frac{600\,\mathrm{km}}{128\,\mathrm{km/h}} \doteq 4{,}687\,5\,\mathrm{h} \doteq 4\,\mathrm{h}\,41\,\mathrm{min}. \qquad (\,= 16\,875\,\mathrm{s} \doteq 17\,000\,\mathrm{s})$$

1 bod

e) Všech pět motorů při plném výkonu vykoná práci

$$W = 5Pt = 5 \cdot 410\,\mathrm{kW} \cdot 4{,}687\,5\,\mathrm{h} \doteq 9\,609{,}4\,\mathrm{kWh} \doteq 9\,600\,\mathrm{kWh}.$$ **2 body**

Poznámka: Výsledek lze vyjádřit i v joulech, potom vychází

$$W = 5Pt = 5 \cdot 410\,000\,\mathrm{W} \cdot 16\,875\,\mathrm{s} = 34\,593\,750\,000\,\mathrm{J} \doteq 35\,000\,\mathrm{MJ}.$$

FO64E3-4: Odporový drát *V. Koudelková*

a) Pro odpor R_1 drátu o délce $l = 1{,}0\,\mathrm{m}$, průřezu $S = 0{,}070\,\mathrm{mm}^2 = 0{,}000\,000\,070\,\mathrm{m}^2$ a s měrným odporem $\varrho = 1{,}5\,\mu\Omega\cdot\mathrm{m} = 0{,}000\,001\,5\,\Omega\cdot\mathrm{m}$ platí vztah

$$R_1 = \varrho\frac{l}{S} = 0{,}000\,001\,5\,\Omega\cdot\mathrm{m}\cdot\frac{1{,}0\,\mathrm{m}}{0{,}000\,000\,070\,\mathrm{m}^2} \doteq 21{,}429\,\Omega \doteq 21\,\Omega. \qquad \textbf{3 body}$$

Poznámka: Jde o komerčně vyráběný drát.

b) Pro proud procházející jedním drátem dostáváme

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{4{,}5\,\mathrm{V}}{21{,}429\,\Omega} = 0{,}21\,\mathrm{A} = 210\,\mathrm{mA}. \qquad \textbf{1 bod}$$

c) Odpory jsou zapojeny paralelně, tedy celkový odpor bude poloviční, proto poteče z baterie dvojnásobný proud

$$I_2 = 2I_1 = 2\cdot 210\,\mathrm{mA} = 420\,\mathrm{mA}. \qquad \textbf{2 body}$$

Poznámka: K výsledku lze dospět i postupným výpočtem odporu

$$R_2 = \frac{R_1}{2} = \frac{21{,}429\,\Omega}{2} \doteq 10{,}714\,\Omega \doteq 11\,\Omega$$

a proudu

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} = \frac{4{,}5\,\mathrm{V}}{10{,}714\,\Omega} = 0{,}42\,\mathrm{A} = 420\,\mathrm{mA}.$$

d) Dráty mají poloviční délku $l' = l/2$, ale dohromady $4\times$ větší průřez $S' = 4S$. Jejich celkový odpor bude

$$R_3 = \varrho\frac{\frac{l}{2}}{4S} = \varrho\frac{l}{8S} = \frac{R_1}{8} \doteq 2{,}678\,6\,\Omega \doteq 2{,}7\,\Omega$$

a baterií nyní poteče proud

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{3{,}0\,\mathrm{V}}{2{,}678\,6\,\Omega} = 1{,}12\,\mathrm{A} \doteq 1{,}1\,\mathrm{A}. \qquad \textbf{4 body}$$