czech

Řešení úloh školního kola 64. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2022/2023

Kategorie G – Archimédiáda

FO64G1-1: Za dobrým jídlem *J. Thomas*

a) Karel uběhne první polovinu vzdálenosti za dobu

$$t_{1\mathrm{K}} = \frac{s_\mathrm{K}/2}{v_1} = \frac{800\,\mathrm{m}/2}{4\,\mathrm{m/s}} = 100\,\mathrm{s},$$

druhou polovinu vzdálenosti za dobu

$$t_{2\mathrm{K}} = \frac{s_\mathrm{K}/2}{v_2} = \frac{800\,\mathrm{m}/2}{5\,\mathrm{m/s}} = 80\,\mathrm{s},$$

celkem tedy za dobu $t_\mathrm{K} = t_{1\mathrm{K}} + t_{2\mathrm{K}} = 100\,\mathrm{s} + 80\,\mathrm{s} = 180\,\mathrm{s}$. **2 body**

Tomáš doběhl k Lence současně s Karlem, běžel tedy také po dobu $t_\mathrm{T} = t_\mathrm{K} = 180\,\mathrm{s}$. **1 bod**

b) Za první polovinu této doby t_T uběhl Tomáš vzdálenost

$$s_{1T} = v_2 \frac{t_\mathrm{T}}{2} = 5\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{180\,\mathrm{s}}{2} = 450\,\mathrm{m}.$$

Za druhou polovinu doby uběhl vzdálenost

$$s_{2T} = v_1 \frac{t_\mathrm{T}}{2} = 4\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{180\,\mathrm{s}}{2} = 360\,\mathrm{m}.$$

Tomáš bydlí ve vzdálenosti $s_T = s_{1T} + s_{2T} = 450\,\mathrm{m} + 360\,\mathrm{m} = 810\,\mathrm{m}$ domu Lenky. **3 body**

c) Karlova průměrná rychlost je

$$v_\mathrm{K} = \frac{s_\mathrm{K}}{t_\mathrm{K}} = \frac{800\,\mathrm{m}}{180\,\mathrm{s}} \doteq 4{,}444\,4\,\mathrm{m/s} \doteq 4{,}4\,\mathrm{m/s}. \qquad \textbf{2 body}$$

Tomášova průměrná rychlost je

$$v_\mathrm{T} = \frac{s_\mathrm{T}}{t_\mathrm{T}} = \frac{810\,\mathrm{m}}{180\,\mathrm{s}} = 4{,}5\,\mathrm{m/s}. \qquad \textbf{2 body}$$

FO64G1-2: Indiana Jones a rtuťové jezero *J. Thomas*

a) Objem těla Indiana Jonese při hustotě těla $\varrho_\mathrm{t} = 1{,}01\,\mathrm{g/cm^3} = 1\,010\,\mathrm{kg/m^3} = 1{,}01\,\mathrm{kg/dm^3}$ vychází

$$V_\mathrm{J} = \frac{m_\mathrm{J}}{\varrho_\mathrm{t}} = \frac{85{,}0\,\mathrm{kg}}{1{,}01\,\mathrm{kg/dm^3}} \doteq 84{,}158\,\mathrm{dm^3} \doteq 84{,}2\,\mathrm{litru}.$$

Pod hladinou rtuti se ocitne část těla o objemu V_1 a vztlaková síla je v rovnováze s tíhovou. Z Archimédova zákona $m_\mathrm{J} g = V_1 \varrho_\mathrm{Hg} g$ při hustotě $\varrho_\mathrm{Hg} = 13{,}6\,\mathrm{g/cm^3} = 13\,600\,\mathrm{kg/m^3} = 13{,}6\,\mathrm{kg/dm^3}$ vyjádříme

$$V_1 = \frac{m_\mathrm{J}}{\varrho_\mathrm{Hg}} = \frac{85{,}0\,\mathrm{kg}}{13{,}6\,\mathrm{kg/dm^3}} = 6{,}25\,\mathrm{dm^3} = 6{,}25\,\mathrm{litru},$$

tj.

$$\frac{V_1}{V_\mathrm{J}} = \frac{6{,}25\,\mathrm{litru}}{84{,}158\,\mathrm{litru}} \doteq 0{,}074\,265 \doteq 7{,}43\,\%.$$

Pod hladinou rtuti bude ponořeno jen 7,43 % těla Indiana Jonese. **4 body**

b) Celková tíha Indiana Jonese s batohem plným zlata o hustotě $\varrho_\mathrm{Au} = 19{,}3\,\mathrm{g/cm^3} = 19\,300\,\mathrm{kg/m^3} = 19{,}3\,\mathrm{kg/dm^3}$ vychází

$$F_\mathrm{G} = (m_\mathrm{J} + V_\mathrm{b} \varrho_\mathrm{Au})\, g = \left(85{,}0\,\mathrm{kg} + 90\,\mathrm{dm^3} \cdot 19{,}3\,\mathrm{kg/dm^3}\right) \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 17\,855{,}6\,\mathrm{N} \doteq 17{,}9\,\mathrm{kN}.$$

Vztlaková síla působící na zcela potopeného Indiana Jonese i s batohem by pak byla

$$F_\mathrm{vz} = (V_\mathrm{J} + V_\mathrm{b})\, \varrho_\mathrm{Hg} g = \left(84{,}158\,\mathrm{dm^3} + 90\,\mathrm{dm^3}\right) \cdot 13{,}6\,\mathrm{kg/dm^3} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} \doteq 23\,211\,\mathrm{N} \doteq 23{,}2\,\mathrm{kN}.$$

Protože $F_\mathrm{vz} > F_\mathrm{G}$, ani s takovým množstvím zlata by se našeho hrdinu potopit nepodařilo. **4 body**

Poznámka: Ke stejnému závěru lze dospět i porovnáním hmotnosti Indiana Jonese s batohem plným zlata a hmotnosti rtuti o celkovém objemu našeho hrdiny s batohem.

c) Je-li amulet ze zlata, potopí se v jezeře ke dnu ($\varrho_\mathrm{Au} > \varrho_\mathrm{Hg}$). Je-li ze stříbra, bude plavat na hladině částečně ponořený ($\varrho_\mathrm{Ag} < \varrho_\mathrm{Hg}$). **2 body**

Poznámka: V obou případech je ale třeba pracovat rychle, protože zlato i stříbro se ve rtuti rozpouští na amalgám, znalost tohoto jevu však po řešitelích nevyžadujeme. Doporučujeme uznávat i jiná smysluplná řešení (např. ponořit do hrnce s vodou a určit vytlačený objem).

FO64G1-3: Motorový člun *D. Kaštilová*

Označme dobu plavby proti proudu $t_1 = 2\,\mathrm{h}$.

a) Rychlost proti proudu byla $v_1 = v_0 - v_\mathrm{r} = 16\,\mathrm{km/h} - 4\,\mathrm{km/h} = 12\,\mathrm{km/h}$. **2 body**

b) Rychlost po proudu byla $v_2 = v_0 + v_\mathrm{r} = 16\,\mathrm{km/h} + 4\,\mathrm{km/h} = 20\,\mathrm{km/h}$. **2 body**

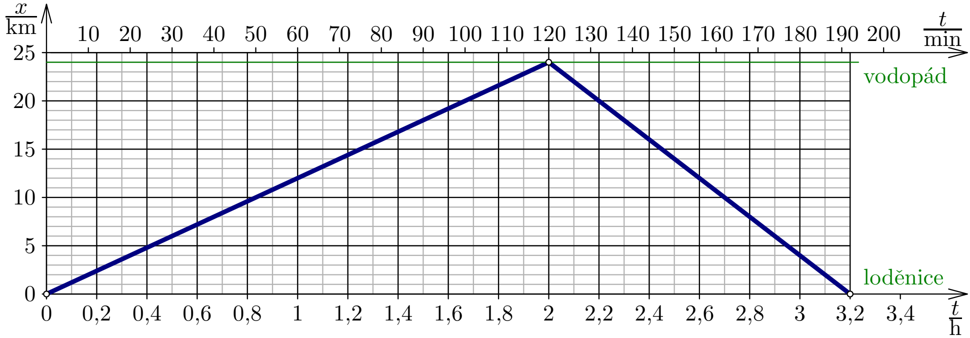
c) Pro vzdálenost k vodopádu dostáváme

$$s = v_1 t = 12\,\mathrm{km/h} \cdot 2\,\mathrm{h} = 24\,\mathrm{km}.$$ **2 body**

d) Doba na cestu zpět vychází

$$t_2 = \frac{s}{v_2} = \frac{24\,\mathrm{km}}{20\,\mathrm{km/h}} = 1{,}2\,\mathrm{h} = 1\,\mathrm{h}\,12\,\mathrm{min}.$$ **2 body**

e) Příklad grafu je na obr. 1. **2 body**



Obr. 1: Graf k řešení úlohy FO64G1-3

FO64G1-4: Borůvky *D. Kaštilová*

a) Vypočítáme sílu F_2, kterou působí závaží na lano v bodě A (obr. 2)

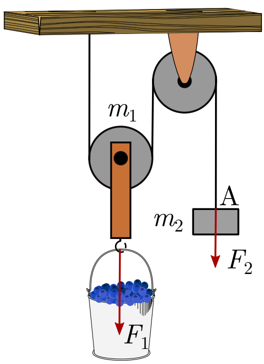
$$F_2 = m_2 g = 2{,}0\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 19{,}6\,\mathrm{N} \doteq 20\,\mathrm{N}.$$

Tato síla je dvakrát menší než síla F_1, kterou působí na lano volná kladka o hmotnosti m_1 a kyblík s borůvkami o hmotnosti m_k, takže $F_1 = 2F_2 = 2 \cdot 19{,}6\,\mathrm{N} = 39{,}2\,\mathrm{N} \doteq 39\,\mathrm{N}$. Pro sílu F_1 dále platí $F_1 = (m_1 + m_\mathrm{k})\,g$. Vypočítáme hmotnost volné kladky a kyblíku s borůvkami

$$m_1 + m_\mathrm{k} = \frac{F_1}{g} = \frac{39{,}2\,\mathrm{N}}{9{,}8\,\mathrm{N/kg}} = 4{,}0\,\mathrm{kg}.$$

Hmotnost kyblíku s borůvkami dostaneme odečtením hmotnosti volné kladky m_1

$$m_\mathrm{k} = 4{,}0\,\mathrm{kg} - 0{,}8\,\mathrm{kg} = 3{,}2\,\mathrm{kg}.$$ **4 body**



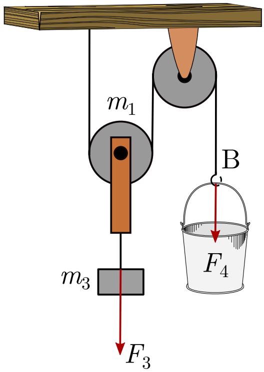
Obr. 2

b) Vypočítáme sílu F_3, kterou působí volná kladka o hmotnosti m_1 a závaží m_3 na lano (obr. 3)

$$F_3 = (m_1 + m_3)\,g = (0{,}80\,\mathrm{kg} + 1{,}0\,\mathrm{kg}) \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = \\ = 17{,}64\,\mathrm{N} \doteq 18\,\mathrm{N}.$$

Prázdný kyblík působí na lano v bodě B silou F_4, která je poloviční než síla F_3, tedy $F_4 = F_3/2 = 17{,}64\,\mathrm{N}/2 = = 8{,}82\,\mathrm{N} \doteq 8{,}8\,\mathrm{N}$. Odtud dostáváme hmotnost prázdného kyblíku

$$m_4 = \frac{F_3}{g} = \frac{8{,}82\,\mathrm{N}}{9{,}8\,\mathrm{N/kg}} = 0{,}90\,\mathrm{kg}.$$ **4 body**



Obr. 3

Poznámka: Násobení tíhovým zrychlením lze vynechat (ve vztazích pro hmotnosti se nakonec vždy vykrátí) a počítat pouze s hmotnostmi.

c) Převeďme objem $V = 3{,}65$ litrů $= 0{,}003\,65\,\mathrm{m^3}$. Pro hmotnost borůvek vychází

$$m_\mathrm{b} = m_\mathrm{k} - m_4 = 3{,}2\,\mathrm{kg} - 0{,}9\,\mathrm{kg} = 2{,}3\,\mathrm{kg}.$$

Pro hustotu borůvek pak dostáváme

$$\varrho = \frac{m_\mathrm{b}}{V} = \frac{2{,}3\,\mathrm{kg}}{0{,}003\,6\,\mathrm{m^3}} \doteq 638{,}89\,\mathrm{kg/m^2} \doteq 640\,\mathrm{kg/m^3} = 0{,}64\,\mathrm{g/cm^3}.$$ **2 body**