

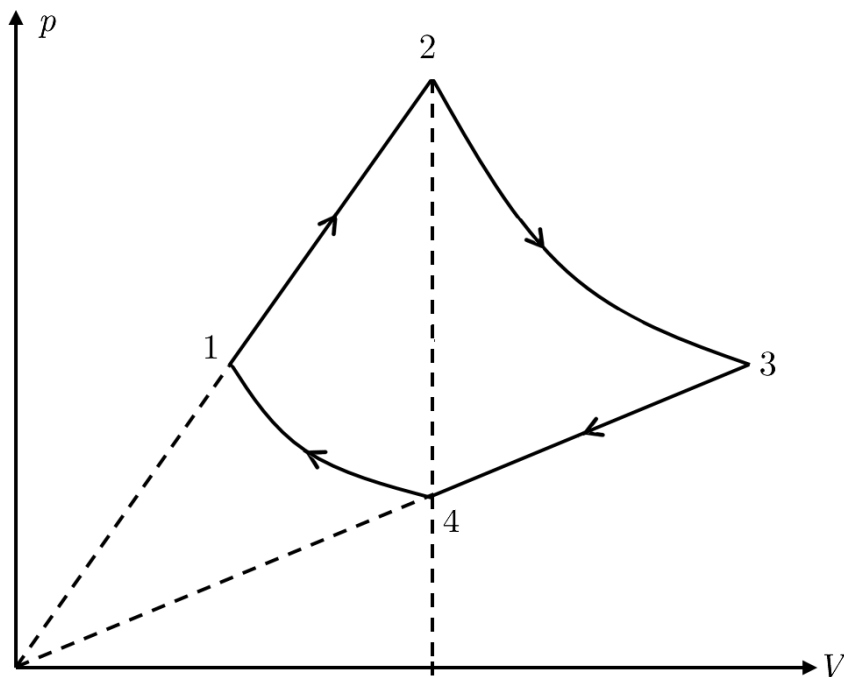
Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Kruhový děj

Ideální jednoatomový plyn přejde ze stavu 1, kde je teplota $T_1 = 300 \text{ K}$, do stavu 2 s teplotou T_2 dějem, při kterém tlak plynu roste přímo úměrně s objemem (obr. 1). Při tomto procesu tlak plynu vzroste $k = 2$ krát. Děj 2-3 je izotermický, při ději 3-4 je tlak přímo úměrný objemu, děj 4-1 je izotermický. Objemy ve stavech 2 a 4 jsou stejné.

- Určete teplotu T_2 při ději 2-3.
- Jaký je vztah mezi tlaky p_1 a p_3 ?
- Jaká je molární tepelná kapacita plynu C při ději 1-2? (Je možné ukázat, že pro děje, v nichž je tlak úměrný objemu, je tepelná kapacita konstantní).
- Jaká je účinnost tohoto kruhového děje?



Obr. 1

2. Balón s heliem

Obal balónu je vyroben z neroztažitelné nepropustné látky s plošnou hustotou σ . Je-li obal zcela naplněn heliem, má tvar koule o poloměru r . Do prázdného obalu je napuštěno určité množství helia.

- Jaká je maximální hmotnost m_0 helia uvnitř balónu za předpokladu, že jeho tlak nepřekročí tlak atmosférický? Jaký je objem balónu při hmotnosti helia $m < m_0$?
- Určete interval hmotností helia, pro které je výsledná síla působící na balón orientovaná vzhůru (tlak v balónu může být větší než atmosférický).
- Jakou podmínku musí splňovat hodnota r poloměru balónu, aby byla výsledná síla působící na balón orientovaná vzhůru?

Molární hmotnost hélia je M_{He} , molární hmotnost vzduchu je M_{vz} , atmosférický tlak je p_0 a teplota je T .

3. Pohyb hladiny v sudu

Sud tvaru válce s obsahem příčného řezu S_1 má ve dně výtokový otvor s obsahem příčného řezu S_2 , přičemž $S_2 \ll S_1$. Otvorem vytéká voda. V určitém okamžiku $t_0 = 0$ má hladina výšku h_0 nad dnem sudu.

- Dokažte, že pohyb hladiny vody je rovnoměrně zpomalený.
- Určete velikost zrychlení a pohybu hladiny, velikost počáteční rychlosti v_0 pohybu hladiny a celkovou dobu výtoku T .
- Určete poměr $\frac{T_3}{T_1}$, kde T_1 a T_3 jsou doby výtoku první a třetí třetiny počátečního objemu kapaliny v sudu.

Vodu považujte za ideální kapalinu a její výtok otvorem za laminární.

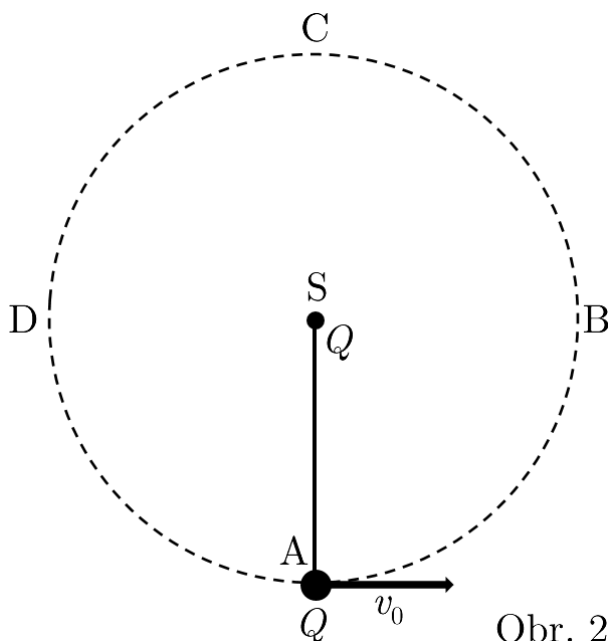
4. Oběh nabitě kuličky

Malá kulička o hmotnosti m a s kladným nábojem $Q = 1,0 \mu\text{C}$ je připevněna pevnou nevodivou nití délky $l = 10 \text{ cm}$ k bodu S (obr. 2), ve kterém je pevná kulička se stejným nábojem. Udělením počáteční rychlosti v_0 může kulička obíhat ve svislé rovině kolem bodu upevnění.

Určete, jakou nejmenší počáteční rychlost v_0 musíme kuličce udělit, aby vykonala celý oběh kolem bodu S v případě, že

- $m = 150 \text{ g}$,
- $m = 50 \text{ g}$.
- Určete velikost síly, která napíná nit v bodech A, B, C a D, udělíme-li kuličce v bodě A minimální možnou rychlost v_0 . Řešte pro případ a).

Úlohy řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.



5. Temná hmota v Galaxii

Určitou záhadou současné astrofyziky je *temná* (správně též *skrytá*) *hmota*. Jedná se o hmotu, která není viditelná běžnými pozorovacími prostředky, ale projevuje se gravitačními účinky. O existenci temné hmoty poprvé uvažoval v roce 1933 astronom Fritz Zwicky, který zjistil nesrovnalosti v rotaci galaxií. Hvězdy obíhají po přibližně kružnicových trajektoriích kolem jádra Galaxie, přičemž podle pozorování rychlost pohybu hvězd v určitém intervalu nezávisí na vzdálenosti od jádra. To by ale bylo v rozporu s Keplerovými zákony. Tento rozpor se Zwicky snažil vyřešit zavedením neviditelné temné hmoty, která je rozložena kolem jádra Galaxie. Pro zjednodušení předpokládejte, že podstatná část pozorované hmoty naší Galaxie se nachází v kulovém jádru o poloměru $r_1 = 4,0$ kpc, podstatně menším než poloměr Galaxie, a že je rozložena sféricky symetricky. Kolem jádra se po soustředných kružnicích pohybují hvězdy, přičemž budeme uvažovat, že rychlost $v_0 = 240 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ jejich pohybu je stejná od okraje jádra až do vzdálenosti $r_2 = 7r_1$ od středu Galaxie. Předpokládejte, že hmotnost prstence obíhajících hvězd je podstatně menší než hmotnost jádra a temná hmota v Galaxii je rozložena kulově symetricky kolem jejího středu.

- Určete v tomto modelu hmotnost M_1 jádra naší Galaxie. Vyjádřete tuto hmotnost v hmotnostech našeho Slunce M_\odot .
- Určete střední hustotu ρ_1 hmoty jádra.
- Najděte závislost hustoty ρ_2 temné hmoty na vzdálenosti r od středu Galaxie pro $r_1 \leq r \leq r_2$.
- Vypočtete poměr hmotnosti M_2 temné hmoty v Galaxii v rozsahu vzdálenosti $r_1 \leq r \leq r_2$, která ovlivňuje pohyb hvězd kolem jádra, a hmotnosti M_1 jádra Galaxie.

Gravitační konstanta $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$, $1 \text{ kpc} = 3,086 \cdot 10^{19} \text{ m}$, hmotnost Slunce $M_\odot = 1,988 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

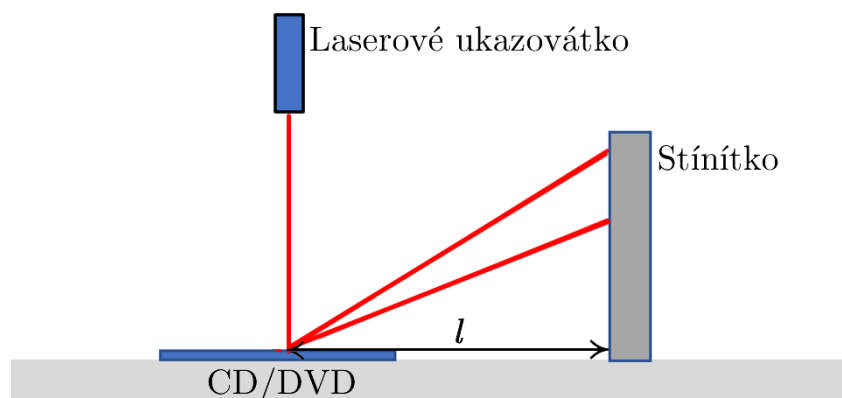
6. Praktická úloha: Určení vlnové délky světla laseru

Pomůcky: Laserové ukazovátko libovolné barvy, CD nebo DVD, stativový materiál, délkové měřidlo.

Teorie: CD a DVD nosiče kódují informace opticky a jejich čtení probíhá pomocí laseru, který je zaostřen na záznamovou stopu. Stopa tvoří poměrně hustě namotanou odrazivou spirálu na podkladu, který odrazivý není, takže se při osvětlení chová jako optická mřížka na odraz. To je důvod, proč na CD nebo DVD vidíme duhové barvy, když na něj dopadá světlo. Pokud použijeme monochromatické světlo laserového ukazovátko, je poměrně jednoduché zachytit na stínítku nejen maxima prvního řádu, ale v zatemněné místnosti i maxima vyšších řádů. Pro maxima platí

$$b \sin \alpha_k = k\lambda,$$

kde b je vzdálenost mezi stopami, λ vlnová délka světla, k řád maxima a α_k úhel, pod kterým vidíme k -té maximum.



Obr. 3

Úkoly:

- 1) Podle toho, jestli použijete CD nebo DVD, na internetu zjistěte, jaká je vzdálenost mezi stopami b . Možná najdete počet stop na jeden milimetr, z něj lze ale vzdálenost stop snadno vypočítat.
- 2) Sestavte experiment podle obrázku. Pro co největší přesnost se ujistěte, že vzdálenosti jsou dostatečně velké.
- 3) V zatemněné místnosti naměřte vlastnosti co nejvíce maxim pro různé vzdálenosti l (obvykle jsou viditelná alespoň maxima 1. a 2. řádu). Vypočtěte odpovídající úhly α_k a vlnové délky λ . Měření statisticky zpracujte a vypočtěte i absolutní odchylku měření.

7. Dvě tenké spojky

- a) Tenká spojka kruhového průřezu je umístěna v neprůhledném držáku kolmo k optické ose. Za čočkou je ve vzdálenosti $l = 8,0$ cm kolmo k optické ose postavené stínítko. Umístíme-li bodový zdroj světla do předmětového ohniska čočky, vytvoří se na stínítku světlý kruh o průměru $D = 5,0$ cm. Posuneme-li bodový zdroj do dvojnásobné vzdálenosti od čočky, vytvoří se kruh o polovičním průměru $d = 2,5$ cm. Nakreslete obrázek a vypočítejte ohniskovou vzdálenost čočky.
- b) Tenká spojka kruhového průřezu je umístěna v neprůhledném držáku kolmo k optické ose. Za čočkou je ve vzdálenosti $L = 20,0$ cm kolmo k optické ose postavené stínítko. Na čočku dopadá tenký paprsek světla, rovnoběžný s optickou osou, který na stínítku vytváří bodový obraz. Když čočku posuneme o vzdálenost $\delta = 0,5$ cm ve směru kolmém k optické ose, posune se obraz bodu na stínítku o vzdálenost $\Delta = 1,0$ cm. Nakreslete obrázek a vypočítejte ohniskovou vzdálenost spojky.