Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 65. ročníku FO kategorie A

1. Pohyb pravítka

Vodorovná rovina je rozdělena na dvě poloroviny – hladkou a drsnou. Po vodorovné rovině se pohybuje pravítko hmotnosti m a délky L rychlostí v_0 ve směru své délky kolmo k rozhraní. Součinitel tření mezi pravítkem a drsnou plochou je f. Určete velikost maximálního výkonu síly tření $P_{\max}$ a čas $t_{\max}$ od prvního doteku pravítka s drsnou plochou, ve kterém je tento výkon maximální

a) v případě, kdy se pravítko zastaví dříve, než celé vjede na drsnou plochu,

b) v případě, kdy pravítko vjede na drsnou plochu celou svou délkou.

2. Dusík pod tlakem

Ve válci s kruhovou podstavou o průměru $d = 10{,}0$ cm jsou uzavřeny molekuly dusíku o teplotě $T_1 = 293$ K a normálním atmosférickém tlaku $p_1 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa. Objem plynu $V_1 = 1{,}00$ l. Válec leží na vodorovné podložce a je pomocí pružiny o tuhosti $k = 3\,100\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ připevněn ke stěně (viz obr. 1). K pružině je připojeno zařízení, které zajistí izotermické stlačování plynu (viz otázka c). Je-li píst v poloze $x = 0$ m, je pružina v rovnovážné poloze. Mezi válcem a stěnou je mezera, takže na píst zprava působí také normální atmosférický tlak p_1. Zahřejeme-li dusík ve válci (dodané teplo označíme Q_{12}), zvětší se jeho objem na $V_2 = 2V_1$, tlak vzroste na p_2, teplota na T_2 a píst se posune do vzdálenosti $x = l$.

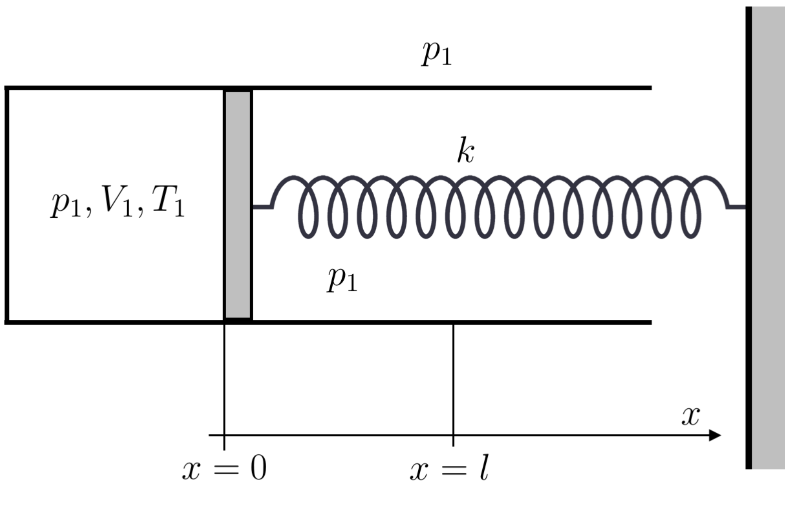
a) Napište závislost tlaku dusíku ve válci na vzdálenosti x a určete teplotu T_2 a tlak p_2.

b) Zakreslete tento děj do p-V diagramu a vypočtěte práci, kterou plyn vykonal, a teplo, které obdržel.

Píst ve vzdálenosti $x = l$ zajistíme zarážkou a dusík ochladíme na původní teplotu. Tlak plynu klesne na hodnotu p_3. Nakonec zarážku i pružinu odstraníme a píst izotermicky stlačíme do původní polohy.

c) Jaká bude hodnota tlaku p_3?

d) Nakreslete p-V diagram tohoto kruhového děje a určete jeho účinnost.



Obr. 1

3. Stáří pekingského člověka

Archeologové našli v jeskyni v blízkosti Pekingu kamenný nástroj, vyrobený předchůdcem člověka. Původně se předpokládalo, že pekingský člověk žil před asi 500 tisíci lety. K určení stáří nástroje byla použita hliníko-beryliová metoda. Na povrchu kamene vzniká vlivem kosmického záření určité množství radionuklidu hliníku $^{26}_{13}\mathrm{Al}$ a také určité množství radionuklidu $^{10}_{4}\mathrm{Be}$. Tyto radionuklidy jsou radioaktivní s poločasem rozpadu $T_{\mathrm{Al}} = 7{,}17 \cdot 10^5$ let a $T_{\mathrm{Be}} = 1{,}51 \cdot 10^6$ let.

a) Napište rovnici β^+ rozpadu radionuklidu hořčíku hliníku $^{26}_{13}\mathrm{Al}$ a rovnici β^- rozpadu radionuklidu berylia $^{10}_{4}\mathrm{Be}$.

b) Určete rozpadové (přeměnové) konstanty těchto radionuklidů.

Poměr aktivit bez obnovování počtu radionuklidů je závislý na čase, $k(t) = \dfrac{A_{\mathrm{Al}}(t)}{A_{\mathrm{Be}}(t)}$. Na materiálu z okolí jeskyně byl naměřen poměr $k(0) = 6{,}9$. U kamenného nástroje uvnitř jeskyně, stíněné před kosmickým zářením, byl zjištěn poměr $k(t_{\mathrm{kn}}) = 4{,}72$.

c) Napište, jak závisí poměr aktivit na čase, a určete stáří t_{kn} kamenného nástroje. Řešte nejprve obecně, pak pro zadané číselné hodnoty.

4. Fotoaparát v telefonu

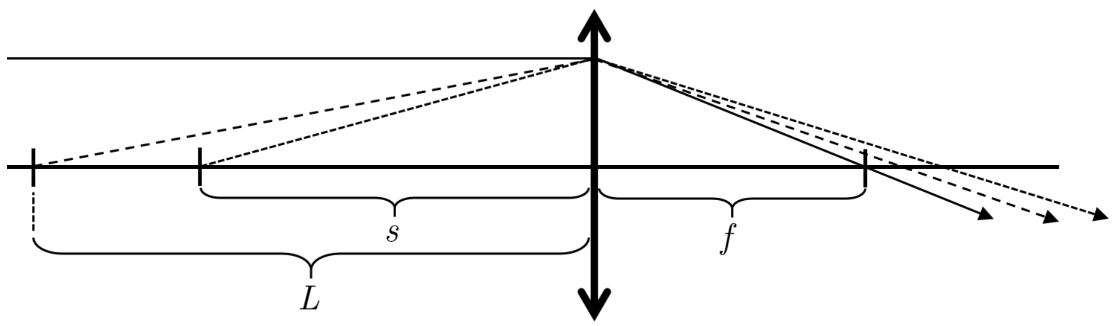
Fotoaparát mobilního telefonu byl zaostřen na vzdálenost L a pořídil fotografii krajiny. Na fotografii byly veškeré objekty vzdálenější než L (až do nekonečna) ostré. Navíc byly rovněž ostré i všechny bližší objekty ve vzdálenosti s od objektivu, tedy přestože byl objektiv zaostřen na vzdálenost L, byly na fotografii ostré všechny objekty od $s < L$ až do nekonečna.

a) Jaké je nejmenší možné L?

b) Najděte odpovídající vzdálenost s.

Uvažujte, že obraz bodového objektu je ostrý, pokud je jeho obraz menší než jeden pixel na senzoru, v opačném případě je obraz rozmazaný. Objektiv fotoaparátu lze považovat za tenkou spojku. Fotoaparát zaostřuje tak, že mění vzdálenost mezi senzorem a čočkou.

Spočtěte výsledek pro mobilní telefon jisté známé značky: ohnisková vzdálenost objektivu je $f = 4{,}0$ mm, průměr čočky $D = 1{,}8$ mm. Senzor je široký $w = 4{,}6$ mm a na tuto šířku připadá $N = 3\,264$ pixelů. Při řešení se vám mohou hodit aproximace (pro malé x): $(1+x)^{-1} \approx 1 - x$ a $(1+x)^2 \approx (1+2x)$.



Obr. 2