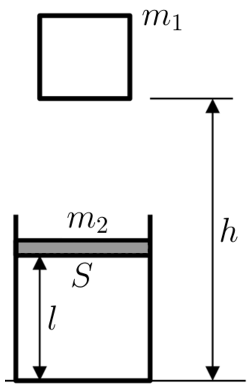
Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy celostátního kola 65. ročníku FO kategorie A

Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Odpružený dopad

K tlumení nárazu tělesa při dopadu na podlahu slouží nejrůznější technické prostředky, využívající většinou pružnost podložky. Uvažujte model na obr. 1. Bednička o hmotnosti $m_1 = 3{,}0$ kg padá z výšky $h = 30$ cm s nulovou počáteční rychlostí na vodorovnou podlahu. Pro odpružení dopadu je na podlaze položen válec se svislou osou a pístem o hmotnosti $m_2 = 1{,}6$ kg, obsahu plochy $S = 120\ \mathrm{cm}^2$ a tloušťce $b = 20$ mm. Výška vzduchového sloupce před dopadem bedničky byla $l = 15$ cm. Při dopadu bedničky působí válec s pístem jako pneumatická pružina.



Obr.1

Náraz bedničky na těleso pístu je dokonale nepružný, termodynamický děj v plynu ve válci je adiabatický. Počáteční termodynamická teplota vzduchu ve válci byla $T_0 = 300$ K.

a) Určete rychlost v_1 pístu krátce po dopadu bedničky.

b) Určete maximální posunutí x_m pístu z výchozí polohy ve svislém směru po dopadu bedničky.

c) Určete nejvyšší hodnotu T_m termodynamické teploty vzduchu ve válci po dopadu bedničky na píst.

Atmosférický tlak $p_a = 101$ kPa, Poissonova konstanta pro vzduch $\kappa = 1{,}40$. Tření mezi pístem a válcem a disipativní procesy v plynu neuvažujte. Předpokládejte, že pro výchylky pístu z počáteční polohy platí $x \ll l$, tedy že lze s dostatečnou přesností použít přibližný vztah $\left(1 + \frac{x}{l}\right)^n \approx 1 + n\frac{x}{l}$.

2. Kruhový děj

V ideálním plynu tvořeném jednoatomovými molekulami a o látkovém množství $n = 0{,}50$ mol proběhl kruhový děj 1–2–3–4–1, jehož pV-diagram je na obrázku 2. Počáteční tlak byl $p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, počáteční objem $V_1 = 12$ l, tlak $p_2 = 3p_1$, tlak $p_3 = 1{,}4p_1$, objem $V_3 = V_4 = 3V_1$. Závislost tlaku na objemu v části 2–3 je lineární. Určete:

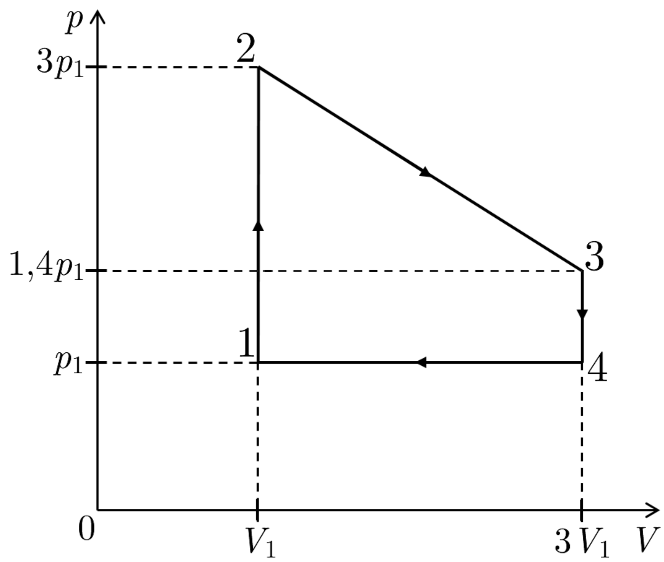
a) teploty v bodech 1, 2, 3, 4 a nejnižší a nejvyšší teplotu během cyklu,

b) teplo dodané plynu během kruhového děje,

c) účinnost kruhového děje.

Vnitřní energie ideálního plynu s jednoatomovými molekulami $U = \dfrac{3}{2}nRT$.

Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty. Molární plynová konstanta $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$. V obecném vyjádření výsledků použijte pouze veličiny p_1, V_1, n, R.



Obr. 2

3. Kulové plochy

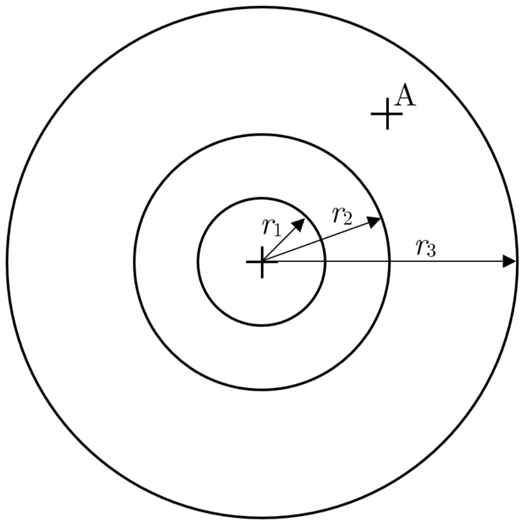
Tři soustředné kulové plochy mají poloměry $r_1 = r$, $r_2 = 2r$ a $r_3 = 4r$ a náboje $Q_1 = Q$, $Q_2 = 4Q$ a $Q_3 = -2Q$.

a) Určete potenciály a intenzity elektrického pole na vnějším povrchu každé kulové plochy a v bodě A, který leží v polovině vzdálenosti mezi druhou a třetí plochou.

b) Druhou a třetí slupku vodivě propojíme. Určete náboje Q_1', Q_2' a Q_3' na každé ploše.

Vnější plochu odstraníme a prostor mezi první a druhou plochou vyplníme dielektrikem s relativní permitivitou ε_r.

c) Určete náboje na vnějším i vnitřním povrchu dielektrika.



Obr. 3

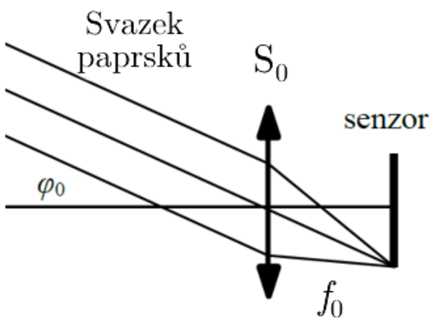
4. Transfokátor (zoom)

Často využívanou funkcí fotoaparátů je změna ohniskové vzdálenosti objektivu, která umožňuje přiblížení nebo vzdálení objektu. K tomu účelu se používá optický transfokátor (známý též jako zoom). Jeho podstata spočívá ve změně úhlového zvětšení objektivu.

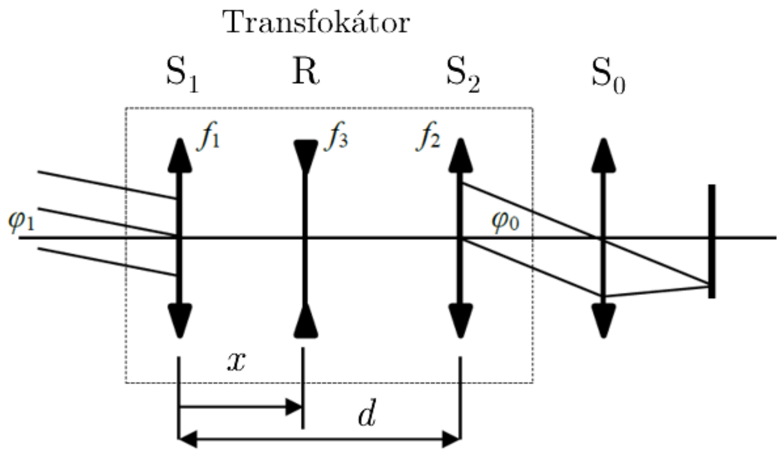
Na obr. 4 je zjednodušené schéma obyčejného objektivu se spojkou, která paprsky od vzdáleného předmětu promítá na povrch záznamového média (takový jste řešili v krajském kole). Maximální zorný úhel φ_0 je tím větší, čím je menší ohnisková vzdálenost f_0 čočky.

Jednoduchý transfokátor (obr. 5) tvoří dvě spojky S_1, S_2 a rozptylka R. Vzájemná vzdálenost d spojek je pevná, rozptylku lze posouvat mezi spojkami. Při plynulé změně polohy x rozptylky se spojitě mění ohnisková vzdálenost objektivu. Čočky jsou voleny tak, aby svazek rovnoběžných paprsků vstupujících pod úhlem φ_1 vystupoval z transfokátoru jako svazek rovnoběžných paprsků pod úhlem φ_0, přičemž nedojde ke změně orientace úhlu mezi svazkem paprsků a optickou osou, jak je vidět na obrázku.

Uvažujme čočky S_1 a S_2 s ohniskovými vzdálenostmi f_1, f_2 a rozptylku R s ohniskovou vzdáleností $f_3 < 0$. Krajní polohy rozptylky R jsou buď u čočky S_1 (v tom případě $x = 0$) nebo u čočky S_2 ($x = d$). Při posouvání rozptylky mezi těmito polohami požadujeme změnu zorného úhlu φ_1 v poměru $\dfrac{\operatorname{tg}\varphi_{1,\max}}{\operatorname{tg}\varphi_{1,\min}} = n$ (při stejném výstupním úhlu φ_0).



Obr. 4



Obr. 5

a) Rozptylka R je posunuta těsně ke spojce S_1 ($x = 0$). Určete ohniskovou vzdálenost f_4 soustavy S_1-R. Do vzdálenosti d od sestavy S_1-R zakreslete spojku S_2 tak, aby svazek dopadajících rovnoběžných paprsků vystupoval ze soustavy opět jako svazek rovnoběžných paprsků a aby oba svazky svíraly s optickou osou stejně orientované úhly (oba shodně orientované po směru nebo proti směru hodinových ručiček). Graficky znázorněte průchod paprsků touto soustavou a uveďte podmínky, které musí splňovat veličiny f_1, f_2, f_3. Poté obecně vyjádřete poměr $\dfrac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_0}$, kde φ_1 je úhel, pod kterým svazek paprsků vstupuje do soustavy, a φ_0 je úhel, pod kterým svazek ze soustavy vystupuje.

b) V druhém případě je rozptylka R posunuta těsně ke spojce S_2 ($x = d$). Určete ohniskovou vzdálenost f_5 soustavy R-S_2. Před sestavu R-S_2 ve vzdálenosti d zakreslete spojku S_1 tak, aby svazek rovnoběžných paprsků, dopadajících na spojku S_1, vycházel ze soustavy opět jako svazek rovnoběžných paprsků, a aby oba svazky svíraly s optickou osou úhly stejně orientované. Graficky znázorněte průchod paprsků touto soustavou a uveďte podmínky, které musí splňovat veličiny f_1, f_2, f_3. Obecně vyjádřete poměr $\dfrac{\operatorname{tg}\varphi_1'}{\operatorname{tg}\varphi_0}$, kde φ_1' je úhel, pod kterým svazek paprsků vstupuje do soustavy, a φ_0 je úhel, pod kterým svazek ze soustavy vystupuje.

c) Pro obě krajní polohy rozptylky R v transfokátoru je vzdálenost d stejná a stejný je i výstupní úhel φ_0. Určete ohniskové vzdálenosti f_1, f_2, f_3 čoček, aby pro vstupní úhly φ_1 a φ_1' platilo

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_{1,\max}}{\operatorname{tg}\varphi_{1,\min}} = n,$$

kde $n > 1$ je dané číslo. Řešte obecně a poté pro hodnoty $d = 4{,}0$ cm, $n = 3$.

Předpokládejte, že všechny čočky jsou tenké. Pomůcka: Při umístění čoček těsně u sebe je jejich optická mohutnost rovna součtu optických mohutností čoček.