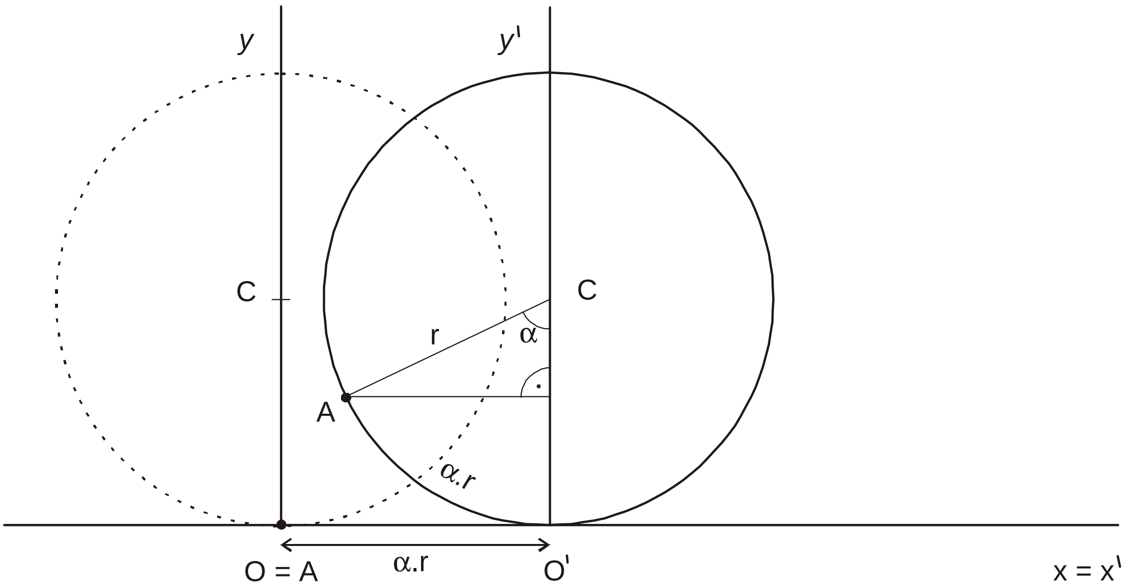
KNIHOVNIČKA FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY Č. 63

Vladimír Vícha, Ivo Volf

LABORATORNÍ PRÁCE Z FYZIKY PRO FO KATEGORIE D

Studijní text pro řešitele FO kategorie D a ostatní zájemce o fyziku



JČMF HRADEC KRÁLOVÉ 2004 MAFY

LABORATORNÍ PRÁCE Z FYZIKY
PRO FO KATEGORIE D

Studijní text pro řešitele FO kategorie D a ostatní zájemce o fyziku

Vladimír Vícha, Ivo Volf

Obsah

ÚVOD

Fyzika – ať už jde o fyzikální vědu nebo o výuku fyziky – nám umožňuje objektivně a jednoznačně popsat svět a jevy v něm existující i děje v něm probíhající. To se děje především zavedením odborné terminologie, v níž výrazně vystupují fyzikální pojmy a fyzikální veličiny. Fyzikální veličiny jsou charakteristiky objektů, jevů i dějů, které mohou kvantifikovat naše pozorování, umožňují nacházet odpovídající vztahy mezi popisujícími pojmy, funkční závislosti a nacházet tak fyzikální závislosti.

Znát fyzikální veličinu znamená ji přesně vymezit, znát jednotku, umět porovnávat a posléze změřit různé hodnoty téže veličiny, pochopitelně v závislosti na použitých přístrojích a měřených metodách.

Fyzika je tak postavena na experimentálních základech, které získáváme na základě pozorování a pokusů, jejichž výsledky potom matematicky zpracováváme a dospíváme k formulování definicí, principů, zákonů a vět, tj. tvrzení o různém stupni obecné platnosti.

Při každém měření však dospíváme k závěru, že se opakovaně získané naměřené hodnoty od sebe navzájem poněkud liší. To je způsobeno různými vlivy, ale výsledkem je, že hodnota X_i fyzikální veličiny, zjištěná měřením, se vždycky o něco liší od její skutečné hodnoty X_s, kterou však většinou neznáme. Rozdíl mezi naměřenou hodnotou X_i a skutečnou hodnotou X_s fyzikální veličiny se nazývá skutečná chyba α (někdy se jí říká absolutní chyba měření) a určíme ji $\alpha_i = X_i - X_s$. Někdy nás zajímá i to, s jakou přesností jsme danou veličinu naměřili. O tom nám vypovídá relativní chyba měření $\varepsilon = X_i / X_s$. 100 %. Ze zkušenosti víme, že absolutní chyba může být kladná ($X_i > X_s$) nebo záporná ($X_i < X_s$), popř. i nulová. Zrovna tak jako neznáme skutečnou hodnotu X_s, neznáme ani absolutní či relativní chybu, a tak by se zdálo, že naše měření přesné ze zásadních důvodů ani být nemůže. Při měření můžeme dělat chyby soustavné nebo se vyskytnou chyby náhodné.

Soustavné chyby ovlivňují naše měření určitým způsobem a s jistou pravidelností. Může se např. stát, že naše délkové měřítko začíná až od 0,5 cm, nebo naopak na měřítku je nulové hodnota umístěna 0,3 cm od levého konce a my přesto měříme od začátku měřítka. Může se stát, že z nějakých důvodů nemají obě misky vah stejnou hmotnost. Často vážíme předměty o malé hustotě (např. korek o hustotě 240 kg/m^3) pomocí závaží o hustotě 8900 kg/m^3, ale neuvážíme aerostatickou vztlakovou sílu, působící na předmět i závaží… Řadu těchto nedostatků můžeme vyloučit přesným cejchováním, kontrolou ze známých hodnot (vážení zcela stejných předmětů odhalí systematickou chybu při vážení). Musíme si uvědomit, že i pozorovatel ovlivňuje některé systematické chyby – jako např. rychlost reakce při spouštění stopek, správné odečítání hodnot. A konečně – skutečnost se často liší od teoreticky získaných údajů: nalejeme-li např. do nádoby vodu o teplotě t_1, potom se nádoba ohřeje (ochladí) a voda v této nádobě má již teplotu $t_2 \neq t_1$.

Systematické chyby nám však poskytují cestu k jejich vyloučení nebo alespoň matematicky zjištěné korekci: víme, jak na to, a můžeme tak výrazně ovlivnit vliv systematických chyb na výsledky měření či na základě měření vypočítaných hodnot veličin.

Kromě toho existují chyby náhodné, které vznikají působením velmi různorodých, často přesně ani neurčitelných vlivů na hodnoty určité veličiny, na měřicí přístroje a i na osobu, která měření provádí. Chybu může způsobit náhlá změna teploty, tlaku, okamžitá indispozice pozorovatele, nedodržení stejných podmínek při zopakovaném měření, nedokonalost dodržování technologických podmínek při výrobě měřených součástek apod. Vliv náhodných chyb vyloučíme nejlépe opakovaným měřením a statistickým zpracováním naměřených hodnot X_i měřené veličiny. Tento v liv klesá s rostoucím počtem opakovaných měření.

Provedeme-li větší počet měření, potom můžeme předpokládat, že součet absolutních chyb α bude přibližně nulový, což zapíšeme matematicky $\sum_{i=1}^{n}(X_i - X_S) \doteq 0$,

neboli $$(X_1 - X_s) + (X_2 - X_s) + (X_3 - X_s) + ... + (X_n - X_s) \doteq 0,$$

odtud $$X_s \doteq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = X_p \, ,$$

tedy skutečná hodnota měřené veličiny se příliš neliší od aritmetického průměru získaného z naměřených hodnot. Aritmetický průměr je tedy nejpravděpodobnější hodnotou této měřené veličiny.

Rozdíl mezi naměřenou hodnotou X_i veličiny od aritmetického průměru budeme nazývat absolutní odchylka α_i, $\alpha_i = X_i - X_p$. Je pochopitelné, že $\sum \alpha_i = 0$, což plyne ze zavedení absolutní odchylky. Jestliže však stanovíme ke každé odchylce její absolutní hodnotu $|\alpha_i|$, potom

$$\alpha_p = \frac{1}{n}\sum|\alpha_i| = \frac{1}{n}\sum|X_i - X_p| \, ,$$

a pro hodnotu měřené veličiny můžeme psát $X = X_p \pm \alpha_p$. Rozptyl naměřených hodnot kolem nejpravděpodobnější hodnoty, tj. aritmetického průměru, omezíme tedy pomocí průměrné absolutní odchylky.

O přesnosti měření potom hovoří $\varepsilon_p = \dfrac{\alpha_p}{X_p}$, tzv. relativní odchylka měření.

Výsledek měření potom zapíšeme $X = Xp \pm \alpha_p$, s přesností ε_p %.

Postup při konkrétním měření:
Ujasníme si, kterou veličinu budeme měřit.
Vymezíme měřicí přístroje, seznámíme se s jejich činností, s přednostmi i nedostatky, a zjistíme si, jakou metodou s nimi pracovat nebo naopak zvolíme příslušnou vhodnou metodu a k ní vybereme přístrojovou techniku i způsob měření.
Provedeme příslušná měření X_i a zapíšeme je do vhodné tabulky tak, aby bylo snadné jejich další zpracování. Pro sadu měření musíme zvolit počet hodnot, jež je postačující k získání dostatečné přesnosti výsledku, ale také musíme uvážit čas, který máme k dispozici, i významnost tohoto měření.
Stanovíme X_p, α_i, α_p, ε_p a postupně zapíšeme do tabulky.
Je vhodné znázornit X_i, X_p, α_p do grafického záznamu (např. na číselnou osu), abychom názorně viděli rozptyl těchto hodnot.
Stanovíme výsledek našich měření ve výše uvedeném tvaru $X = X_p \pm \alpha_p$, ε_p %.
V případě, že měření ještě neposkytuje výslednou veličinu, musíme zvážit, nakolik jednotlivé naměřené veličiny ovlivňují získaný výsledek. Nejpravděpodobnější vypočtené veličiny získáme výpočtem z aritmetických průměrů veličin změřených, a musíme najít vhodnou cestu ke stanovení průměrné odchylky této veličiny (většinou užijeme cestu $\alpha_p = X_p \,.\, \varepsilon_p$).

Podrobněji se těmito otázkami zabývá publikace B. Vybírala: Zpracování dat fyzikálních měření. Knihovnička FO č. 52. Hradec Králové, MAFY 2002, viz též http:
http://www.uhk.cz/pdf/katedra/fyzika/Olympid/index.htm
nebo též na http://www.uhk.cz/fo

PŘEVODOVÉ POMĚRY JÍZDNÍHO KOLA

Pomůcky: Jízdní kolo s přehazovačkou, kousek ohebného drátu, křída.

Úkol: 1) Pro různé kombinace hnaného a hnacího kola určete převodové poměry.
2) Spočítejte počty zubů hnaných a hnacích kol a najděte souvislost s výsledky v úkolu č. 1.

Teorie: Převodový poměr p je podíl počtu otáček N_2 hnaného kola ku počtu zubů N_1 hnacího kola.

$$p = \frac{N_2}{N_1}$$

U ozubených kol je p určen počty zubů, u kol bez zubů je určen poloměry kol.
Jízdní kolo má jako hnací kola převodníku (u pedálů) a kola hnaná jsou ve středu zadního kola.

Postup: Hnací kola si označíme A, B, C…, hnaná kola 1, 2, … Pro měření počtu otáček je třeba mít na jednom hnacím a jednom hnaném kole označený nějaký zub. Osvědčila se běžná školní křída. Současně je třeba mít na rámu kola značky, kolem kterých při otáčení zuby blízko procházejí. Značka u hnaných kol není ani zapotřebí, neboť nejmenší kolečko prochází těsně u rámu. U hnacího kola si vyrobíme ukazatel tak, že k rámu přivážeme ohebný drát, který podle potřeby ohneme do těsné blízkosti potřebného zubu.

Měření začíná tím, že na kole nastavíme první převod. Křídou označíme zuby proti značkám a rozmyslíme si, jak budeme počítat otáčky. Očima se zaměříme na kolečko s vyššími otáčkami (bude to zřejmě v zadním kole) a budeme počítat průchody označeného zubu kolem značky. Současně ale musíme hlídat průchody označeného zubu hnacího kola kolem připraveného drátu. Osvědčilo se dělat při každé otáčce hnacího kola čárku a spočítat je až na konci. Práce klade vysoké nároky na koncentraci, neboť musíme počítat, dělat čárky a čekat na stav, kdy se označené zuby hnaného i hnacího kola nastaví proti svým značkám. V tom okamžiku vykonala obě kola celý počet otáček a je třeba do tabulky zapsat čísla N_1 , N_2 a převodový poměr p (číslo ponecháme jako zlomek).

Při počítání téměř určitě budeme dělat chyby, proto je třeba pro každý převodový poměr udělat několik měření a až z opakování výsledků pochopíme, která hodnota je správná. Práce ve dvou lidech měření zjednoduší.

Dále změníme na kole převod a postup opakujeme. takto spočítáme alespoň 6 převodních poměrů.

Spočítáme počty zubů hnacích kol n_1 i hnaných kol n_2 , která jsme používali. Opět pozor na chybu. Je třeba počítat alespoň dvakrát. Zapíšeme hodnoty do tabulky a při správném měření najdeme jednoznačnou souvislost mezi převodovými poměry a počty zubů použitých kol.

Závěr: Jakou jsme odhalili závislost?

Laboratorní úloha

Převodové poměry jízdního kola

Jméno:…………………………   Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Převodové poměry a počty zubů

N_2 … počet otáček hnaného kola
N_1 … počet otáček hnacího kola
n_2 … počet zubů hnaného kola
n_1 … počet zubů hnacího kola

hnané kolo	hnací kolo	N_2	N_1	p	n_2	n_1	?
7	A			$\frac{..}{..}$			
				$\frac{..}{..}$			
				$\frac{..}{..}$			
				$\frac{..}{..}$			
				$\frac{..}{..}$			
				$\frac{..}{..}$			

Závěr: Měřením počtu otáček a počtu zubů jsem objevil:

VÝSLEDKY:

Převodové poměry a počty zubů

N_2 … počet otáček hnaného kola
N_1 … počet otáček hnacího kola
n_2 … počet zubů hnaného kola
n_1 … počet zubů hnacího kola

hnané kolo	hnací kolo	N_2	N_1	p	n_2	n_1	$\frac{n_2}{n_1}$
7	A	46	13	$\frac{46}{13}$	13	46	$\frac{13}{46}$
6	A	46	15	$\frac{46}{15}$	15	46	$\frac{15}{46}$
5	A	46	17	$\frac{46}{17}$	17	46	$\frac{17}{46}$
7	B	38	13	$\frac{38}{13}$	13	38	$\frac{13}{38}$
6	B	38	15	$\frac{38}{15}$	15	38	$\frac{15}{38}$
5	B	38	17	$\frac{38}{17}$	17	38	$\frac{17}{38}$

Závěr: Měřením počtu otáček a počtu zubů jsme objevili, že převodní poměr je roven převrácenému poměru počtu zubů.

URČENÍ OBSAHU OBRAZCŮ METODOU ČTVERCOVÉ SÍTĚ, TĚŽIŠTĚ NEPRAVIDELNÉ PLOCHY

Pomůcky: Zeměpisný atlas, čtverečkovaný papír, čtvrtka, polystyrénová deska, nit, matice, pravítko, špendlík.

Úkol: 1) Metodou sčítání čtverečků určete rozlohu České republiky. Porovnejte s oficiálními údaji.
2) Stejnou metodou určete rozlohu Grónska.
3) Určete polohu těžiště v mapě České republiky a jeho vzdálenost od vašeho bydliště.

Teorie: Měřítko mapy je poměr podobnosti k mezi mapou a skutečností. Toto k udává poměr délek. Poměr ploch je však k^2.
Těžiště tělesa volně zavěšeného v rovnovážné poloze stabilní se nachází na těžnici (svislé přímce) pod bodem zavěšení.

Postup: Překreslíme nebo nakopírujeme obrys ČR na čtverečkovaný papír. Určíme počet čtverečků, které leží celé uvnitř plochy. Dále určíme počet čtverečků, které leží uvnitř plochy přibližně ze tří čtvrtin, z jedné poloviny a z jedné čtvrtiny. Sečteme čtverečky a z měřítka mapy a obsahu jednoho čtverečku vypočítáme rozlohu ČR a Grónska.
Obrys republiky přeneseme na čtvrtku a vystřihneme. Polystyrénovou desku umístíme svisle např. na skříňku. Z nitě a matky vyrobíme olovničku, kterou navlékneme na špendlík a špendlíkem připíchneme mapu k polystyrénu. Mapa by se měla kolem špendlíku jako kolem osy volně otáčet. Oddálíme olovničku a necháme mapu kývat jako kyvadlo. Po chvíli, až se mapa zastaví v rovnovážné poloze, přiložíme olovnici, která si také rychle najde rovnovážnou polohu. Poznačíme si polohu svislé těžnice a změníme polohu osy. Provedeme celkem 5 měření, přičemž špendlík zapichujeme poblíž hranic do různých světových stran. Protože každá z těžnic prochází těžištěm, mělo by se všech 5 přímek protnout teoreticky v jediném bodě – těžišti. Z mapy určíme poblíž kterého města se těžiště nachází a z měřítka mapy určíme vzdálenost od našeho bydliště.

Závěr: Porovnáme rozlohy určené metodou čtvercové sítě s oficiálními údaji. Proč se liší?

Laboratorní úloha

Určení obsahu obrazců metodou čtvercové sítě,

těžiště nepravidelné plochy

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Určení rozlohy České republiky

Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy celé	
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy ze tří čtvrtin	
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné poloviny	
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné čtvrtiny	
Obsah jednoho čtverečku	
Obsah obkreslené plochy	
Měřítko mapy	
1 cm na mapě odpovídá	
1 cm^2 na mapě odpovídá	
Rozloha České republiky určená metodou čtvercové sítě	

Rozloha České republiky zjištěná jinou metodou:

Tuto hodnotu jsem určil (zdroj):

Určení rozlohy Grónska

Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy celé	
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy ze tří čtvrtin	
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné poloviny	
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné čtvrtiny	
Obsah jednoho čtverečku	
Obsah obkreslené plochy	
Měřítko mapy	
1 cm na mapě odpovídá	
1 cm^2 na mapě odpovídá	
Rozloha Grónska určená metodou čtvercové sítě	

Rozloha Grónska zjištěná jinou metodou:

Tuto hodnotu jsem určil (zdroj):

Poloha těžiště mapy České republiky:

Vzdálenost těžiště od mého bydliště:

Závěr:

VÝSLEDKY:

Určení rozlohy České republiky

Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy celé	1303
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy ze tří čtvrtin	45
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné poloviny	64
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné čtvrtiny	18
Obsah jednoho čtverečku	0,25 cm^2
Obsah obkreslené plochy	343,3 cm^2
Měřítko mapy	1 : 1 500 000
1 cm na mapě odpovídá	15 km
1 cm^2 na mapě odpovídá	225 km^2
Rozloha České republiky určená metodou čtvercové sítě	77 242 km^2

Rozloha České republiky zjištěná jinou metodou: 78 864 km^2
Tuto hodnotu jsem určil (zdroj): v publikaci Rozum do kapsy – Albatros, nakladatelství pro děti a mládež, a. s., Praha 1995

Určení rozlohy Grónska

Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy celé	36
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy ze tří čtvrtin	9
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné poloviny	13
Počet čtverečků, které leží uvnitř plochy z jedné čtvrtiny	6
Obsah jednoho čtverečku	0,25 cm^2
Obsah obkreslené plochy	12,69 cm^2
Měřítko mapy	1 : 40 000 000
1 cm na mapě odpovídá	400 km
1 cm^2 na mapě odpovídá	160 000 km^2
Rozloha Grónska určená metodou čtvercové sítě	2 030 400 km^2

Rozloha Grónska zjištěná jinou metodou: 2 175 600 km^2
Tuto hodnotu jsem určil (zdroj): v publikaci Svět 1 : 40 000 000, politická mapa – Geodetický a kartografický podnik v Praze, n. p., Praha 1987

Poloha těžiště mapy České republiky: přibližně 10 km severovýchodně od Ledče nad Sázavou

Závěr: Rozloha České republiky určená metodou čtvercové sítě je o 2,1 % menší než oficiální údaj, rozloha Grónska je o 6,7 % menší než oficiální údaj. Odchylky jsou způsobeny odhadem při vyhodnocování čtverečků a u Grónska, které má podstatně větší rozlohu, zřejmě i zkreslením při použitém kartografickém zobrazení (povrch koule nelze rozvinout do roviny).

MĚŘENÍ LIDSKÉ REAKCE Z VOLNÉHO PÁDU

Pomůcky: Pravítko o délce alespoň 30 cm.
Úkol: Určete dobu reakce členů vaší rodiny. Vypočtěte chybu a relativní chybu výsledku.
Teorie: Volný pád pravítka během prvních decimetrů lze popsat rovnicí

$$s = \frac{1}{2} g t_r^2 \qquad (g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}},\ t_r \text{ je doba reakce})$$

neboť odpor vzduchu je zpočátku zanedbatelný.

Z této rovnice vyjádříme dobu reakce $t_r = \sqrt{\frac{2s}{g}}$.

Postup: Zkoumaný člověk se posadí na židli, ruce připravené na tlesknutí natáhne před sebe. Dlaně jsou vzdáleny 10 cm, palce přitažené. Experimentátor podrží dvěma prsty pravítko ve svislé poloze nad dlaněmi, nula se nachází na úrovni palců. V nečekaném okamžiku pravítko uvolní a to padá mezi dlaněmi. Jakmile zaregistruje zkoumaný člověk pád pravítka, tleskne a tím pravítko zachytí. Po tlesknutí se na úrovni palců přečte s přesností na 1 cm dráha, kterou pravítko urazilo. Provedeme 10 zdařilých pokusů.

Určíme průměrnou dráhu s, odchylku Δs a relativní odchylku dráhy δs a průměrnou dobu reakce t_r. Dále je třeba určit chybu reakce.

Tíhové zrychlení je zadáno $g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Jeho chyba je tedy udána poslední platnou číslicí: $g = (9{,}81 \pm 0{,}01)\ \mathrm{m.s^{-2}}$, $\delta g = 0{,}1\ \%$.

Protože relativní chyba δg vychází v porovnání s relativní chybou dráhy δs velmi malá, nebudeme s ní počítat. Bude tedy platit:

$t_r = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \sqrt{s} = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot s^{\frac{1}{2}}$, kde pouze veličina s je zatížena chybou. Úloha vede na určení chyby veličiny t_r vypočtené ze vzorce.

Postupuje se tak, že se nejprve vypočte relativní chyba $\delta t_r = \frac{1}{2}\delta s$ a pak až chyba Δt_r.

Závěr: Porovnáme střední hodnoty doby reakce u zkoumaných osob. Porovnáme chybu u jednotlivých osob. Co prozrazuje velká chyba reakce?

Laboratorní úloha

Měření lidské reakce z volného pádu

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Měřená osoba…………………………….

Číslo pokusu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s/m	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
Δs/m	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..

určení dráhy $s = (.,.. \pm .,..)\, m$ $\delta s =$ %

určení průměrné doby reakce t_r = .,.. s

δt_r = %

Δt_r = .,.. s

Závěr: U zkoumané osoby…………………………....jsem určil dobu reakce při tlesknutí $t_r = (.,.. \pm .,..)\,\mathrm{s}$ $\delta t_r =$ % .

VÝSLEDKY:

Konkrétní výsledky závisí na zkoumané osobě, na její koncentraci.

Číslo pokusu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	průměr
s/m	0,13	0,12	0,12	0,09	0,10	0,16	0,18	0,17	0,11	0,18	0,14
Δs/m	0,01	0,02	0,02	0,05	0,04	0,02	0,04	0,03	0,03	0,04	0,03

určení dráhy $s = (0{,}14 \pm 0{,}03)\,\mathrm{m}$ $\delta s = 21\%$

určení průměrné doby reakce $t_r = 0{,}17\ \mathrm{s}$

$\delta t_r = 11\ \%$

$\Delta t_r = 0{,}02\ \mathrm{s}$

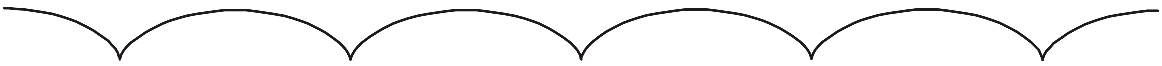
Závěr: U zkoumané osoby byla určena doba reakce při tlesknutí $t_r = (0{,}17 \pm 0{,}02)\,\mathrm{s}$ $\delta t_r = 11\%$. Poměrně vysoká relativní chyba vypovídá o velkém rozptylu hodnot, což by mohlo být způsobeno menší koncentrací dotyčného. Málokdo dokáže mít relativní chybu menší než 5 %.

STUDIUM CYKLOIDY

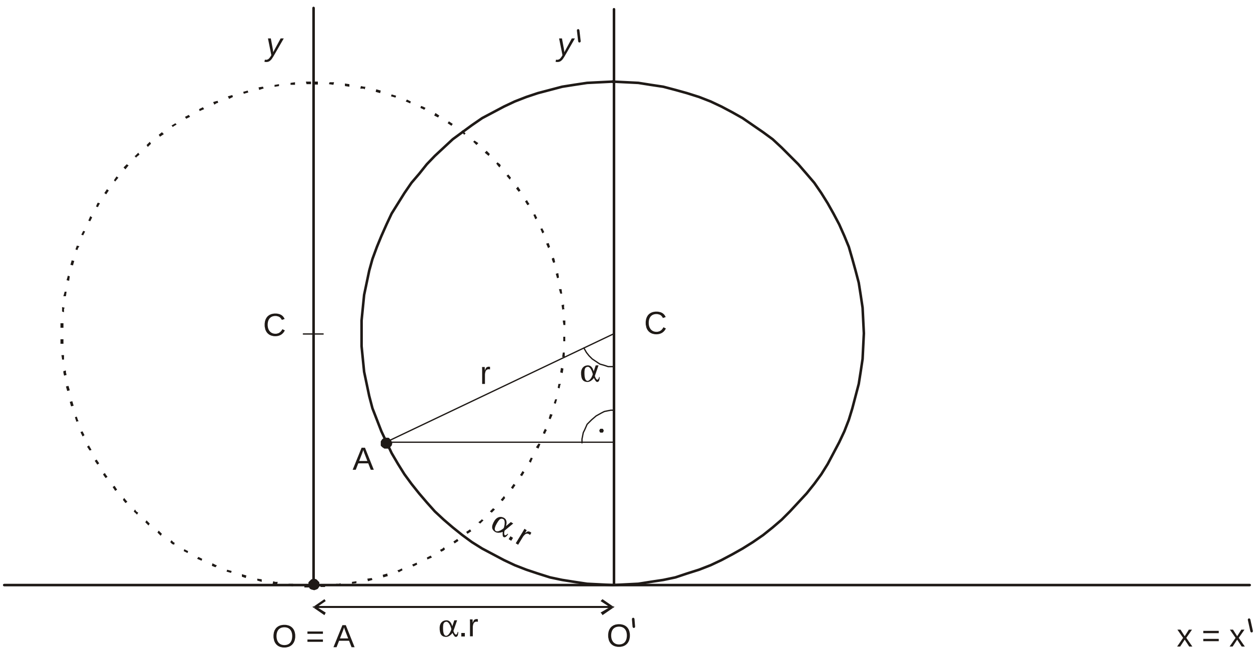
Pomůcky: nefunkční CD, vrtačka, vrták o průměru 1 mm, 3 papíry formátu A3, pentilka, pravítko, rovná lať délky přibližně 0,5 m.

Úkol:
1) Valením CD podél přímky, sestrojte trajektorii bodu na obvodu disku – cykloidu.
2) Určete „výšku, šířku a délku“ jednoho oblouku cykloidy.
3) Čemu odpovídá výška, šířka a poměr šířky ku výšce?
4) Vypočtěte, kolikrát je dráha uražená bodem na obvodu disku během jedné otáčky větší, než dráha uražená středem disku.
5) Vyslovte hypotézu, kam míří dostředivé zrychlení bodů na cykloidě.
6) Nakreslete cykloidu pomocí tabulkového procesoru Excel.

Teorie: Budeme-li zaznamenávat trajektorii bodu na obvodu kruhu valícího se <u>bez prokluzování</u> po přímce, získáme křivku zvanou cykloida. Jde o neuzavřenou křivku, která se po každé otáčce kruhu opakuje.



Souřadnice bodu A[x, y] křivky lze odvodit v závislosti na úhlu α otočení kruhu. Použijeme dvě soustavy souřadnic a transformační rovnice mezi nimi. Soustava S(O, x, y) bude pevně spojena s přímkou, po níž se kruh valí a střed kruhu se v ní pohybuje po přímce rovnoběžné s x. Soustava S'(O', x', y') bude pevně spojena se středem C valícího se kruhu a v ní vykonává bod A pohyb po kružnici kolem středu C.



Souřadnice bodu A v S': $x' = -r.\sin\alpha$

$y' = r - r.\cos\alpha$ ....odvození je zřejmé z pravoúhlého trojúhelníka s úhlem α

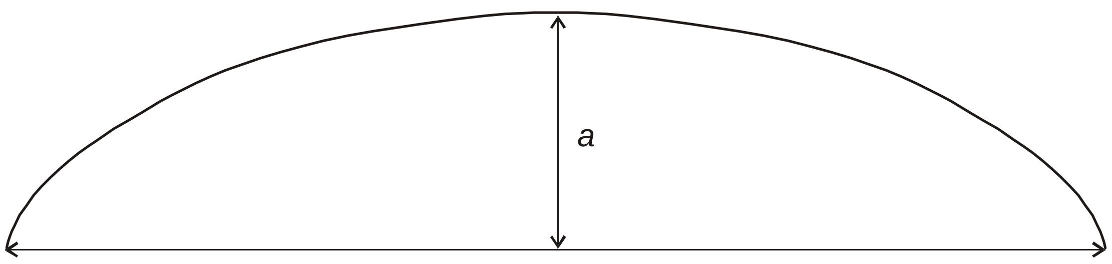
Souřadnice bodu C v S: $x = x' + \alpha.r$ ……transformační rovnice pro x

$y = y'$ ……transformační rovnice pro y

Souřadnice bodu A v S:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \alpha.r - r.\sin\alpha \\ y &= r - r.\cos\alpha \end{aligned}}$$

Postup: Vyvrtáme do CD otvor co nejblíže jeho obvodu (střed otvoru by mohl být 1 mm od okraje). Lať přiložíme rovnoběžně s delší stranou papíru a připevníme ke stolu. Podle lati uděláme čáru, po níž se bude disk valit. Přiložíme CD k okraji papíru, vyvrtaným otvorem k čáře. Do otvoru zasuneme pentilku, kterou lehce přidržujeme a druhou rukou opatrně otáčíme diskem, aby neproklouznul. Otáčení ukončíme v okamžiku, kdy se otvor dostane opět k přímce. Nakreslili jsme jeden oblouk cykloidy. Nyní provedeme kontrolu, zda přece jen nedošlo k proklouznutí. CD postavíme kolmo na papír otvorem na začátek cykloidy. Budeme disk valit podél latě. Teď máme obě ruce volné k přidržování CD a proklouznutí je méně pravděpodobné. Pokud otáčka skončí otvorem na konci cykloidy, bylo valení v pořádku.



Šířkou cykloidy budeme mínit vzdálenost označenou v obrázku jako *b*, odměříme ji pravítkem. Výšku *a* odměříme rovněž pravítkem v polovině šířky. Písmenem *c* je označena délka trajektorie. Tu určíme tak, že budeme valit CD kolmo na papír po křivce. Proběhne jedna celá otáčka a část další. Koncovou polohu označíme na CD např. fixem. Dalším valením CD po přímce můžeme délku křivky přenést na délku úsečky, jejíž délku lze již zase odměřit pravítkem. Nakreslíme celkem 6 cykloid (po dvou na každý papír), vypočteme průměry a odchylky.

Okamžitá rychlost bodu má směr tečny ke křivce a okamžité dostředivé (lépe normálové) zrychlení je kolmé na rychlost. Kolmici na tečnu říkáme normála. Na křivce si vybereme libovolný bod A a podle pravítka uděláme odhadem tečnu a k ní normálu tak dlouhou, aby protnula přímku, po níž se disk valil. Zatím ještě není zřejmé, kam normálové zrychlení míří. Zkuste položit CD do polohy, v níž bylo při kreslení cykloidy právě když tuha kreslila bod A. Vytvořte hypotézu o směru normálového zrychlení a ověřte ji ještě na několika dalších bodech.

V Excelu budeme modelovat cykloidu pro $r = 1$. Nejprve vytvoříme sloupec, který označíme α. V první buňce zapíšeme 0 a do buňky pod ni 0,2. Obě buňky označíme do bloku a křížkem v pravém dolním rohu vytáhneme směrem dolů čísla až do 6,4. Máme tím připraveny úhly od 0 do 6,4 rad. Druhý sloupec označíme *x* a vložíme vzorec $\alpha - \sin\alpha$. (místo α vkládáme pochopitelně buňku vlevo). Křížkem v pravém dolním rohu vytáhneme tento vzorec pro všechny úhly. Sloupec se automaticky vyplní vypočtenými čísly. Třetí sloupec bude pro *y* a vložíme vzorec $1 - \cos\alpha$. Vyplníme celý sloupec a označíme do bloku čísla ve sloupcích pod *x* a *y*. Zvolíme **Graf XY bodový** – *Bodový s datovými body spojenými pomocí hladkých spojnic a bez značek*. Po stisku **dokončit** vidíme již část cykloidy. Graf můžeme vybavit názvem, popisem os apod. Chceme-li vidět větší část grafu, můžeme přidat hodnoty pro α.

Závěr: Porovnáme veličinu *a* s veličinou, kterou lze na CD přímo změřit pravítkem, porovnáme veličinu $\frac{b}{a}$ se známou konstantou.

Laboratorní úloha

Studium cykloidy

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Pokus č.	1	2	3	4	5	6
a/mm						
b/mm						
c/mm						

$a = (\ldots \pm ..)\,mm$ s relativní odchylkou δa = .,. %

$b = (\ldots \pm ..)\,mm$ s relativní odchylkou δb = .,. %

$c = (\ldots \pm ..)\,mm$ s relativní odchylkou δc = .,. %

$\frac{b}{a} = .,.. \pm .,..$ s relativní odchylkou $\delta\left(\frac{b}{a}\right) = .,.\ \%$

Výška *a* má význam:

Šířka *b* má význam:

Poměr $\frac{b}{a}$ má význam:

Porovnání dráhy bodu A na obvodu a dráhy středu disku C během jedné otáčky:

$\frac{c}{b} = .,.. \pm .,..$ s relativní odchylkou $\delta\left(\frac{c}{b}\right) = .,.\ \%$

Hypotéza: Okamžité dostředivé zrychlení míří ………….

VÝSLEDKY:

Pokus č.	1	2	3	4	5	6
a/mm	118	118	119	118	118	119
b/mm	377	378	377	379	378	377
c/mm	474	475	477	474	476	475

$a = (118{,}3 \pm 0{,}4)\,mm$ s relativní odchylkou δa = 0,4 %

$b = (377{,}7 \pm 0{,}7)\,mm$ s relativní odchylkou δb = 0,2 %

$c = (475{,}2 \pm 0{,}9)\,mm$ s relativní odchylkou δc = 0,2 %

$\frac{b}{a} = 3{,}19 \pm 0{,}02$ s relativní odchylkou $\delta\left(\frac{b}{a}\right) = 0{,}6\,\%$

Výška *a* má význam průměru disku (*a* = *d*) až na nepatrný rozdíl, neboť otvor není přímo na obvodu.

Šířka *b* má význam obvodu disku ($b = \pi d$).

Poměr $\frac{b}{a}$ má význam konstanty π, neboť $\frac{b}{a} = \frac{\pi d}{d} = \pi$.

Porovnání dráhy bodu A na obvodu a dráhy středu disku C během jedné otáčky:

$\frac{c}{b} = 1{,}258 \pm 0{,}005$ s relativní odchylkou $\delta\left(\frac{c}{b}\right) = 0{,}4\,\%$

Okamžité dostředivé zrychlení míří skutečně vždy do bodu, kde se disk dotýká přímky, po níž se valí. Navíc platí, že okamžitá rychlost míří vždy do aktuálně „nejvyššího“ bodu disku.

Závěr: Průměr CD měřený posuvným měřítkem je 120 mm, průměrná výška *a* je o 1,7 mm menší. To je ovšem způsobeno umístěním otvoru pro pentilku – dopouštíme se systematické chyby.

Poměr $\frac{b}{a}$ by měl být odhadem čísla π. Námi zjištěná hodnota 3,19 se od známé hodnoty 3,14 liší o 1,6 %. Projevila se zde především uvedená systematická chyba. Kdybychom dosadili *a* = 120 mm, získali bychom pro odhad čísla π hodnotu 3,15.

Podle teorie je délka jednoho oblouku cykloidy rovna 8*r* (tedy c = 8*r*). Pak vychází poměr $\frac{c}{b} = \frac{8r}{2\pi r} = \frac{4}{\pi} = 1{,}273$. Naše hodnota 1,258 se liší o 0,2 %. Poloha otvoru pro pentilku na tuto hodnotu nemá vliv.

RYCHLOST KLESÁNÍ HLADINY

Pomůcky: plastová láhev 2 l (co nejvíce válec), centimetrové měřítko, stopky (nejlépe s 15 mezičasy)

Úkol: 1) Proměřte, jak klesá hladina v láhvi, ze které vytéká voda, v závislosti na čase. Sestrojte v Excelu graf: závislost dráhy na čase a rozhodněte, o jaký jde pohyb.

2) V Excelu najděte vhodnou regresní funkci a z jejího předpisu určete parametry pohybu (rychlost, zrychlení).

3) Napište rovnici pro okamžitou rychlost.

4) Zopakujte pokus pro větší výtokový otvor.

Postup: Vybereme tu část plastové láhve, která tvoří válec a zde svisle nalepíme z vnější strany papírové měřítko dlouhé 16 cm (stačí proužek papíru dělený po jednom centimetru). Nula bude nahoře. Těsně pod měřítkem uděláme nejlépe horkým hřebíkem otvor o průměru asi 3 mm. Nahoře láhev odstříhneme kvůli lepšímu dolévání vody. Láhev umístíme vodorovně na místo, kde bude moci voda z otvoru bezproblémově odtékat. Podržíme uzavřený otvor a láhev naplníme vodou až po nulu měřítka. Po uvolnění otvoru sledujeme hladinu a po jednom centimetru měříme časy. Měření končí po 15 cm, tedy 1 cm nad otvorem. Za první měření považujeme dvojici 0 s, 0 m. *Pozn: Oči je třeba mít v úrovni hladiny. Pokud nejsou k dispozici stopky s mezičasy, je možná spolupráce dvou osob, z nichž jedna sleduje a hlásí postup hladiny a druhá zapisuje časy*. Časy stačí měřit na celé sekundy.

Naměřené hodnoty vložíme do Excelu a sestrojíme **Graf XY bodový – porovnává dvojice hodnot**. Vznikne graf z izolovaných bodů, z něhož již lze usoudit na druh pohybu.

Pomocí: **Graf – Přidat spojnici trendu** si můžeme zvolit **Typ trendu a regresi**. Vybereme z nabídky*: lineární, logaritmický, polynomický 2. stupně, mocninný, exponenciální*. V možnostech zaškrtneme *Hodnota Y=0, Zobrazit rovnici regrese a Zobrazit hodnotu spolehlivosti R*. Právě hodnota R (matematicky se nazývá koeficient korelace) informuje o tom, jak zvolená regresní funkce odpovídá naměřené závislosti. Platí že $0 \leq R \leq 1$. Čím více se R blíží jedné, tím lépe regresní funkce vystihuje měřenou závislost. To je ostatně vidět i na tom, jak vypočtená křivka přiléhá k naměřeným bodům. *Pozn. Excel zobrazuje R^2, což se nazývá koeficient determinace a význam je podobný.*

Pozn. Podrobněji o regresi pojednává studijní text: Šedivý, P.: Teplotní závislost fyzikálních veličin.

Ze správné regresní funkce určíme parametry pohybu (rychlost, zrychlení) a dokážeme také napsat rovnici pro závislost okamžité rychlosti hladiny na čase.

Otvor zvětšíme, zopakujeme celý postup a porovnáme oba pohyby.

Závěr: Okomentujeme naměřené grafy závislost dráhy na čase pro jeden otvor i srovnání pro oba otvory, o jaké se jedná pohyby, jak se mění rychlost.

Laboratorní úloha

Rychlost klesání hladiny

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Závislost dráhy na čase pro menší výtokový otvor

t/s																
s/m	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15

Graf: Závislost dráhy na čase pro menší výtokový otvor, regresní funkce

Z grafu a regresní funkce usuzujeme, že jde o pohyb…………………………….

zrychlení pohybu $a_1 =$

počáteční rychlost pohybu $v_{01} =$

rovnice pro okamžitou rychlost $v_1 =$

Závislost dráhy na čase pro větší výtokový otvor

t/s																
s/m	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15

Graf: Závislost dráhy na čase pro větší výtokový otvor, regresní funkce

Z grafu a regresní funkce usuzujeme, že jde o pohyb…………………………….

zrychlení pohybu $a_2 =$

počáteční rychlost pohybu $v_{02} =$

rovnice pro okamžitou rychlost $v_2 =$

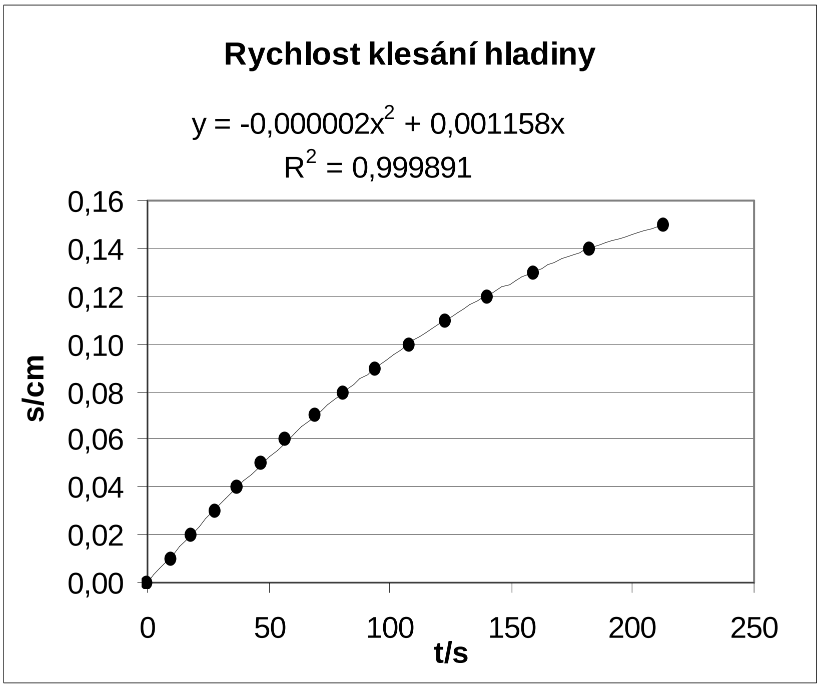
Závěr:

VÝSLEDKY:

Konkrétní výsledky závisí na průměru láhve a velikosti otvoru. Zde jsou typické naměřené hodnoty.

Závislost dráhy na čase – menší otvor:

t/s	0	10	18	28	37	47	57	69	81	94	108	123	140	159	182	213
s/m	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15



Jako nejvhodnější regresní funkce se jeví polynomická druhého stupně. Porovnáme-li ji s rovnicí

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t\,,$$

je vidět, že pohyb hladiny je rovnoměrně zpomalený (zrychlení je záporné). Určíme počáteční rychlost a zrychlení:

v_0 = 0,0012 m.s^{-1} , a = -4.10^{-6} m.s^{-2} = -4 µm.s^{-2} .

Rovnice pro okamžitou rychlost bude:

$$v = 0{,}0012 - 0{,}000004t$$

S větším otvorem naměříme rychlejší pokles hladiny. Její pohyb má větší počáteční rychlost v_0 a v absolutní hodnotě větší *a*.

MĚŘENÍ TÍHOVÉHO ZRYCHLENÍ POMOCÍ ARCHIMEDOVA ZÁKONA

Pomůcky: Siloměr do 1 N dělení po 0,01 N, velký monočlánek (vybitý), odměrný válec s dělením alespoň po 10 ml, voda.

Úkol: Určete tíhové zrychlení užitím Archimedova zákona

Teorie: Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno vztlakovou silou

$$F_{vz} = \rho_k . g . V,$$

kde ρ_k je hustota kapaliny, g tíhové zrychlení a V je ponořený objem. Hustota vody při 20 °C je 998 kg.m^{-3}. Určením objemu a vztlakové síly by bylo možné vypočítat g.

Postup: Monočlánek uzpůsobíme k zavěšení na siloměr a po zavěšení určíme jeho tíhu G. Do odměrného válce nalijeme vodu po určitou rysku. Monočlánek na siloměru postupně ponořujeme do vody tak, aby ponořený objem byl 10 ml, 20 ml, 30 ml, 40 ml, 50 ml. Pokaždé zaznamenáme sílu F na siloměru. Z tíhy G a síly F určíme vztlakovou sílu F_{vz}.
Pozn.: Je vhodné mít siloměr zavěšený na stojanu s možností svislého posouvání.

Naměřené hodnoty V a F_{vz} vložíme do Excelu a sestrojíme **Graf XY bodový – porovnává dvojice hodnot**. Vznikne graf z izolovaných bodů.

Pomocí: **Graf – Přidat spojnici trendu** si můžeme zvolit **Typ trendu a regresi**. Vybereme z nabídky: <u>*lineární*</u>. V možnostech zaškrtneme *Hodnota Y=0, Zobrazit rovnici regrese a Zobrazit hodnotu spolehlivosti R*. Právě hodnota R (matematicky se nazývá koeficient korelace) informuje o tom, jak zvolená regresní funkce odpovídá naměřené závislosti. Platí že $0 \leq R \leq 1$. Čím více se R blíží jedné, tím lépe regresní funkce vystihuje měřenou závislost. To je ostatně vidět i na tom, jak vypočtená křivka přiléhá k naměřeným bodům. *Pozn. Excel zobrazuje* R^2*, což se nazývá koeficient determinace a význam je podobný.*

Pozn. Podrobněji o regresi pojednává studijní text: Šedivý, P.: Teplotní závislost fyzikálních veličin.

Koeficient a v předpisu lineární funkce má význam součinu $\rho_k . g$. Odtud vypočteme g na jedno desetinné místo. Za hustotu vody dosazujeme hodnotu pro 20 °C.

Závěr: Vypočteme relativní odchylku námi určeného tíhového zrychlení a tabulkového tíhového zrychlení.

Laboratorní úloha

Měření tíhového zrychlení pomocí Archimedova zákona

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Určení objemu, výslednice sil a síly vztlakové

V/m^3	10.10^{-6}	20.10^{-6}	30.10^{-6}	40.10^{-6}	50.10^{-6}
F/N					
F_{vz}/N					

Graf: Závislost vztlakové síly na ponořeném objemu, regresní funkce

Z regresní funkce vychází: $\{\rho_k \cdot g\} =$

tíhové zrychlení $g =$

relativní odchylka od tabulkové hodnoty $\delta g =$

Závěr:

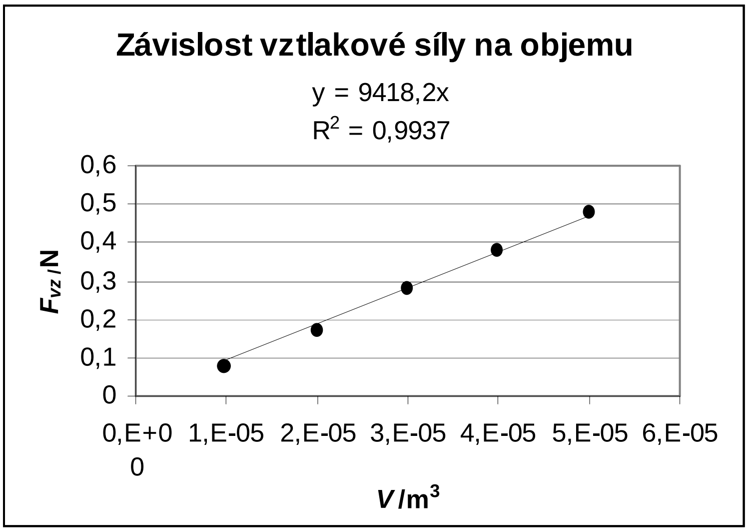
VÝSLEDKY:

Konkrétní výsledky závisí poněkud na typu monočlánku. Zde jsou typické naměřené hodnoty:

G = 0,93 N

$F_{vz} = G - F$

V/m^3	10.10^{-6}	20.10^{-6}	30.10^{-6}	40.10^{-6}	50.10^{-6}
F/N	0,85	0,76	0,65	0,55	0,45
F_{vz}/N	0,08	0,17	0,28	0,38	0,48



$\{\rho_k \cdot g\} = 9418$

g = 9,4 m.s^{-2}

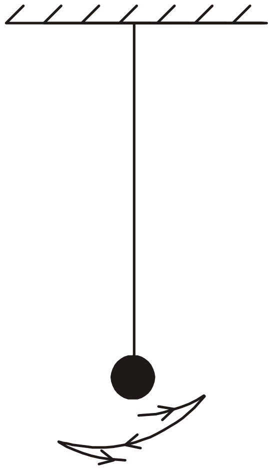
Závěr: Relativní odchylka od tabulkové hodnoty 9,8 m.s^{-2} činí 4,1%. Chyby jsou způsobeny přesností siloměru a čtením polohy hladiny.

ZÁVISLOST DOBY KMITU KYVADLA NA JEHO DÉLCE A HMOTNOSTI ZÁTĚŽE

Pomůcky: stopky, režná nit (délky asi 2 m), svinovací dvoumetr, 2 těžké matice (různé hmotnosti), lepicí páska nebo silný magnet.

Úkol: Najděte matematickou závislost doby kmitu T kyvadla na délce l jeho závěsu a na hmotnosti m zátěže.

Teorie: Doba kmitu (perioda) T je nejkratší čas, po kterém se poloha kyvadla opakuje. Kmit lze znázornit např. takto:

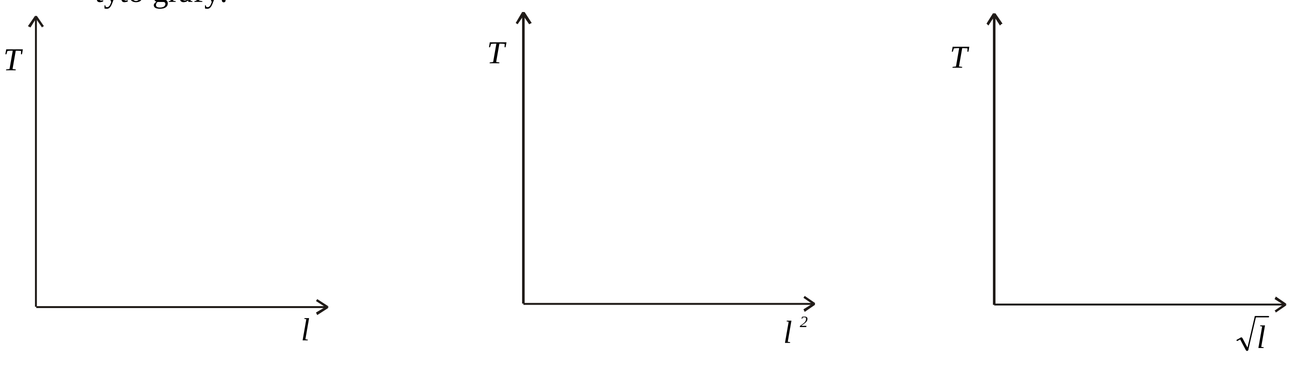


Postup: Na režnou nit přivážeme těžší matici, odměříme 1,8 m a přilepíme nit páskou na rám dveří (na kovový rám můžeme připevnit pomocí magnetu). Matici vychýlíme o malý úhel (zhruba do 5°) a uvolníme. Stopky spustíme při průchodu kyvadla rovnovážnou polohou a odměříme dobu 10 kmitů. Pozor! Při spuštění stopek je vhodné začít počítat 0, 1, 2, ….až 10. Pro tuto délku provedeme celkem 5 měření pokaždé deseti kmitů. Časy zapisujeme do tabulky, vypočteme průměrnou dobu trvání 10 kmitů a dobu 1 kmitu.

Kyvadlo zkrátíme o 10 cm a postup zopakujeme. Zkracování kyvadla provádíme až do délky 0,20 m.

Stejnou sérii měření provedeme i pro kyvadlo s lehčí maticí.

Pro těžší matici vypočteme do tabulky hodnoty l^2, $\sqrt{l}$. Nejlépe pomocí Excelu nakreslíme tyto grafy:



V grafu, který představuje přímou úměrnost, proložíme pomocí Excelu regresní lineární funkci $y = kx$ a určíme směrodatnou odchylku směrnice k. (Užití lineární regrese je popsáno v studijním textu Šedivý, P.: Teplotní závislost fyzikálních veličin, str.29-30). Konstantu k porovnáme s hodnotou $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$, kde g je tíhové zrychlení.

Závěr: Závisí doba kmitu na hmotnosti zavěšené matice? Který z uvedených grafů představuje přímou úměrnost mezi veličinami? Jaká je konstanta přímé úměrnosti k? Dokážete zapsat kompletní matematický vztah pro výpočet doby kmitu kyvadla?

Laboratorní úloha

Závislost doby kmitu kyvadla na jeho délce a hmotnosti zátěže

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

Naměřené hodnoty pro kyvadlo s těžší maticí

l/m	$10T$/s doba 10 kmitů					$\overline{T}$ / s	l^2/m^2	$\sqrt{l}$ / $\sqrt{\mathrm{m}}$
1,80	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,70	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,60	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,50	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,40	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,30	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,20	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,10	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
1,00	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,90	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,80	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,70	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,60	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,50	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,40	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..
0,30	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..	.,..

Určení směrnice k lineární regresí: $\{k\}$ = .,…

směrodatná odchylka směrnice k určená lineární regresí: s = .,…

výpočet $\left\{\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right\}$ = .,…

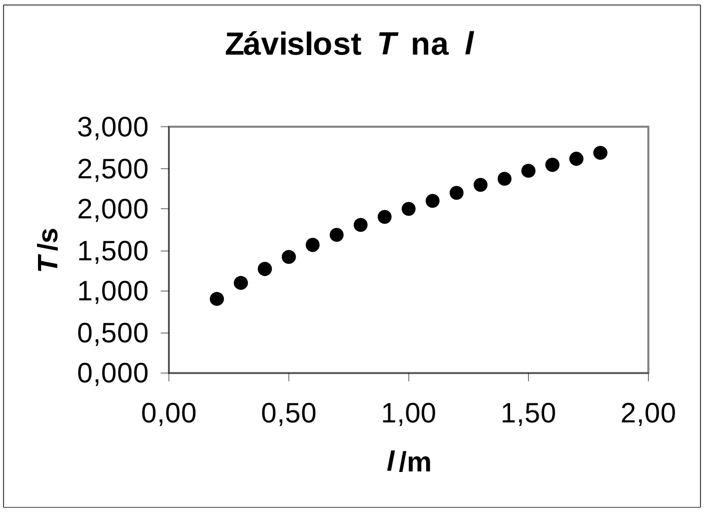
Naměřené hodnoty pro kyvadlo s lehčí maticí

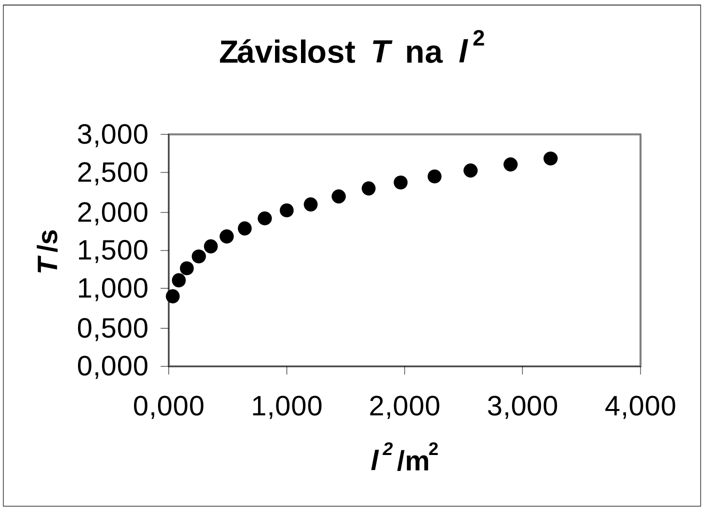
l/m	$10T$/s doba 10 kmitů					T/s doba 1 kmitu
1,80	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,70	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,60	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,50	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,40	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,30	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,20	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,10	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
1,00	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,90	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,80	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,70	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,60	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,50	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,40	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..
0,30	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..	..,..

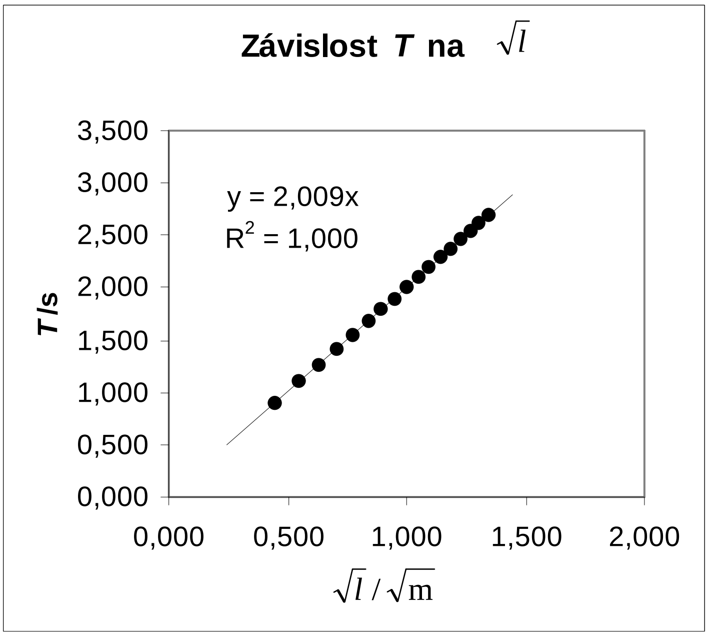
VÝSLEDKY:

Naměřené hodnoty pro kyvadlo s těžší maticí

l/m	$10T$/s (doba 10 kmitů)					$\overline{T}$ / s	l^2/m^2	$\sqrt{l}$ / $\sqrt{\mathrm{m}}$
1,80	26,77	27,04	26,87	26,98	27,09	2,695	3,240	1,342
1,70	26,08	26,28	26,23	26,31	26,10	2,620	2,890	1,304
1,60	25,42	25,41	25,36	25,27	25,41	2,537	2,560	1,265
1,50	24,68	24,64	24,74	24,54	24,52	2,462	2,250	1,225
1,40	23,75	23,76	23,75	23,79	23,85	2,378	1,960	1,183
1,30	23,03	22,96	22,83	22,85	23,03	2,294	1,690	1,140
1,20	22,15	22,05	22,09	21,85	21,93	2,201	1,440	1,095
1,10	21,08	21,06	21,18	21,05	20,96	2,107	1,210	1,049
1,00	19,99	20,06	20,24	20,14	20,12	2,011	1,000	1,000
0,90	19,04	19,03	18,95	19,05	19,04	1,902	0,810	0,949
0,80	17,92	17,96	17,98	17,98	17,97	1,796	0,640	0,894
0,70	16,82	16,85	16,79	16,77	16,78	1,680	0,490	0,837
0,60	15,60	15,49	15,50	15,52	15,47	1,552	0,360	0,775
0,50	14,20	14,21	14,19	14,19	14,21	1,420	0,250	0,707
0,40	12,72	12,71	12,67	12,67	12,74	1,270	0,160	0,632
0,30	10,98	11,04	10,98	11,03	11,08	1,102	0,090	0,548
0,20	9,06	9,11	9,08	9,03	8,98	0,905	0,040	0,447







Určení *k* lineární regresí: $\{k\} = (2{,}009 \pm 0{,}001)$ s relativní odchylkou 0,05 %

výpočet $\left\{\dfrac{2\pi}{\sqrt{g}}\right\} = 2{,}006$

Závěr: Porovnáme-li dobu kmitu pro stejné délky a různé hmotnosti matic, dostáváme velmi podobné výsledky. Doba kmitu kyvadla na hmotnosti nezávisí.

Z třetího grafu vyplývá, že doba kmitu kyvadla je přímo úměrná odmocnině z délky.

Určili jsme konstantu přímé úměrnosti $\{k\} = (2{,}009 \pm 0{,}001)$ s relativní odchylkou 0,05 %.

Tato hodnota se od konstanty $\left\{\dfrac{2\pi}{\sqrt{g}}\right\} = 2{,}006$ liší o 0,1 %, což je výborná shoda.

Experimentálně jsme tedy zjistili, že dobu kmitu kyvadla lze popsat rovnicí

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{l}\ .$$

Odchylky jsou způsobeny lidskou reakcí při mačkání stopek a nepřesností v určení délky kyvadla, jistou roli hraje zřejmě i odpor vzduchu. Z velikosti relativních odchylek je vidět, že uvedené vlivy jsou nepatrné.

SKÁKÁNÍ PRUŽNÉHO MÍČKU

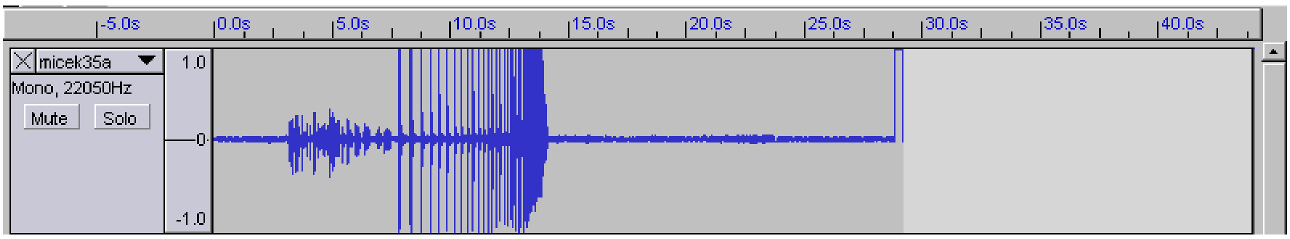
Pomůcky: Mikrofon s konektorem pro připojení do počítače, počítač, program AUDACITY, míček pro stolní tenis.

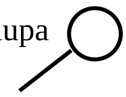
Úkol: 1) Zaznamenejte mikrofonem do počítače zvuk dopadu míčku na vodorovnou podložku.
2) Stáhněte si po internetu program AUDACITY a naučte se základů práce s ním.
3) Sestrojte v Excelu graf závislost výšky výstupu na pořadí odrazu.
4) Sestrojte v Excelu graf záznam pořadí odrazu v čase.
5) Vypočtěte koeficient restituce (vzpruživosti) k míčku.

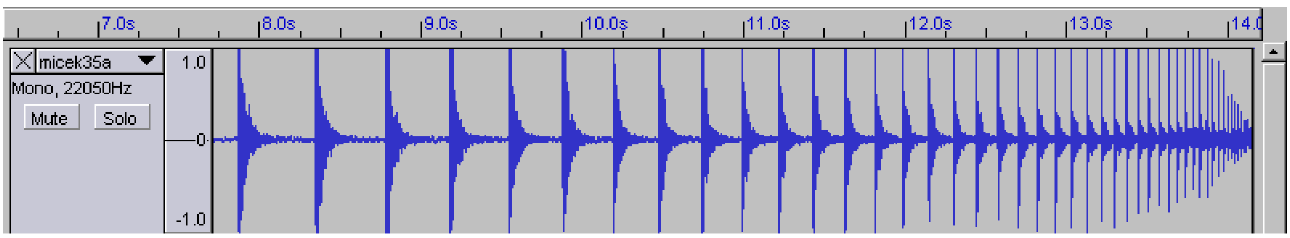
Teorie: U míčku volně padajícího z výšky několika decimetrů budeme předpokládat platnost zákona zachování mechanické energie (ZZME). Při odrazu od podložky se část kinetické energie změní na vnitřní energii míčku a podložky, proto již míček nevystoupí do původní výšky – ZZME neplatí. Při svislém pádu vykonává míček po odrazu vrh svislý vzhůru. Při něm již zase ZZME platí.
Koeficient restituce (vzpruživosti) k je poměr rychlosti po odrazu ku rychlosti dopadu.
Budeme počítat s g = 9,81 m.s^{-2}

Postup: Zasuneme mikrofon do počítače a pomocí: **Start-Programy-Příslušenství-Zábava-Záznam zvuku** zaznamenáme skákání míčku na vodorovné podložce. Počáteční výšku volíme do 0,5 m. Naměřený soubor je ve formátu wav a je třeba jej uložit.

Na internetu je na adrese http://audacity.sourceforge.net/ volně dostupný ke stažení program AUDACITY. Stáhneme jej a prověříme antivirovým programem.. Po spuštění otevřeme námi naměřený soubor. Měli bychom vidět podobný průběh:



Pomocí nástroje lupa  si zvětšíme potřebnou část grafu.



V menu **View – Zoom out** se lze vrátit k předchozí velikosti. Klikneme na ikonu , a umístíme kurzor na záznam prvního nárazu. Po kliknutí se vlevo dole za nápisem **Cursor** objeví číslo se šesti desetinnými čísly udávající čas. Čas zaokrouhlíme na setiny sekundy. Takto ze záznamu odečteme časy asi prvních jedenáct nárazů pro sestrojení grafu závislost výšky výstupu na pořadí odrazu. Z teorie vrhu svislého vzhůru za pomoci Excelu můžeme graf sestrojit a najít i optimální regresní funkci. V Excelu vypočítáme také koeficienty restituce (pro prvních 11 hodnot) a z nich vypočítáme aritmetický průměr a odchylky.

Pro sestrojení grafu závislost pořadí odrazu v čase budeme potřebovat odečíst co nejvíce časů (přes 40).

Závěr: Okomentujeme grafy a koeficient restituce.

Laboratorní úloha

Skákání pružného míčku

Jméno:………………………… Třída:………..

Datum:………

Vypracování:

odraz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t/s											
Δt/s											---
h/m											---
v/ m/s											---
v_{i+1}/v_i										průměr	

Vypočtený koeficient restituce k = .,.. ± .,.. s relativní odchylkou δk = .,. %

Graf: Závislost výšky na pořadí odrazu

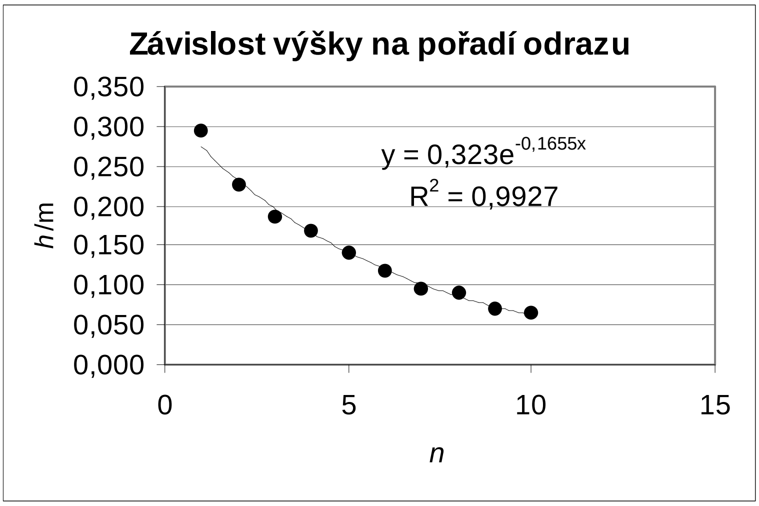
Graf: Záznam pořadí odrazu v čase.

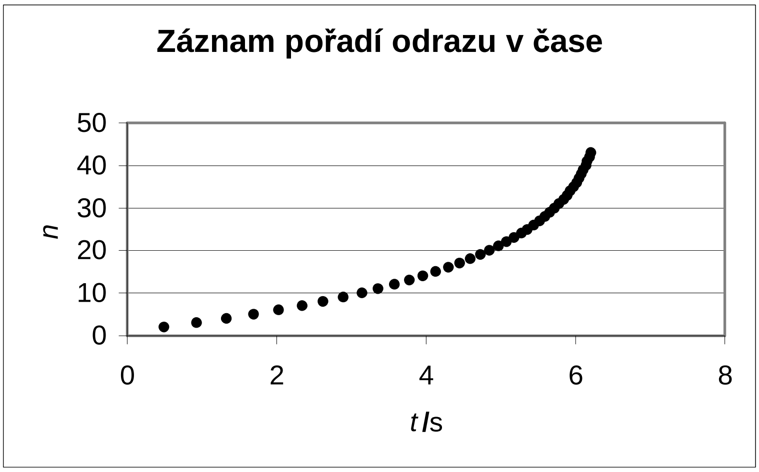
Závěr:

VÝSLEDKY:

odraz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t/s	7,65	8,14	8,57	8,96	9,33	9,67	9,98	10,26	10,53	10,77	11,00
Δt/s	0,49	0,43	0,39	0,37	0,34	0,31	0,28	0,27	0,24	0,23	
h/m	0,294	0,227	0,187	0,168	0,142	0,118	0,096	0,089	0,071	0,065	
v/ m/s	2,403	2,109	1,913	1,815	1,668	1,521	1,373	1,324	1,177	1,128	
v_{i+1}/v_i	0,88	0,91	0,95	0,92	0,91	0,90	0,96	0,89	0,96	průměr	**0,92**

Vypočtený koeficient restituce: $k = 0{,}92 \pm 0{,}02$ s relativní odchylkou $\delta k = 2{,}2\%$





Závěr: Výška výstupu je po každém odrazu menší. Z grafu je vidět, že pokles není lineární. Jde o exponenciální funkci.

Z teorie vyplývá, že odrazů by mělo být nekonečně mnoho (viz koef. restituce). Čas je však limitován konečným číslem, v našem případě přibližně 6,3 s.

Hodnota koeficientu restituce poměrně kolísá, což je způsobeno především přesností odečítání časů z obrazovky. Svoji roli hrají i odchylky od svislého pohybu a zanedbání doby nárazu. Část energie se tak mění na energii rotační. Povrch míčku není zcela homogenní a někdy dochází k odrazu od slepeného spoje.

Vyšlo nám, že míček se odráží rychlostí, která se průměrně rovná 92 % rychlosti dopadu.